

文章编号: 1000-4750(2010)03-0030-08

考虑剪切变形影响的斜桥振动频率与车-桥振动分析

*夏桂云^{1,2}, 俞茂宏¹, 李传习², 曾庆元³

(1. 西安交通大学航天航空学院, 西安 710049; 2. 长沙理工大学土木与建筑学院, 长沙 410004; 3. 中南大学土木建筑学院, 长沙 410075)

摘 要: 利用修正的 Timoshenko 梁振动理论建立了等截面斜桥振动频率的超越方程和静力、动力分析有限元列式, 用解析法和有限元法分析了斜度、支承方式对单跨斜桥结构前 5 阶振动频率的影响, 对单跨斜桥车-桥振动进行了分析, 考察了车速对动挠度、动弯矩的影响和不同截面振动的同相性及最大动挠度、最大动弯矩发生的部位, 比较了不同车速条件下规范方法、车-桥振动方法计算的挠度、弯矩冲击系数的差别。算例结果表明: 斜桥自振频率解析解与有限元解一致、斜度和支承方式对斜桥动力特性有重要影响、车辆的冲击效应与车速没有单调变化规律、挠度和弯矩的冲击系数不同。

关键词: 斜桥; 振动频率; 车-桥振动; 冲击效应; 理论公式; 有限元

中图分类号: U441⁺.3 **文献标识码:** A

FREQUENCY AND VEHICLE-BRIDGE VIBRATING ANALYSIS OF SKEWED BRIDGES CONSIDERING SHEAR DEFORMATION EFFECT

*XIA Gui-yun^{1,2}, YU Mao-hong¹, LI Chuan-xi², ZENG Qing-yuan³

(1. School of Aeronautics and Astronautics, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

2. School of Civil Engineering and Architecture, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410004, China;

3. School of Civil Engineering and Architecture, Central South University, Changsha 410075, China)

Abstract: Modified Timoshenko beam theory was used to establish the transcendent equation of vibrating frequency and finite element formulations for static and dynamic analysis. The first five order frequencies were obtained by analytic method and finite element method, which depend on obliquity and supporting manners. The interaction of vehicle-bridge system for single span skewed bridge was studied, and the vehicle velocity was found to affect the dynamic deflection and dynamic moment, synchronization of different cross-section, and the positions of maximum dynamic deflection and dynamic moment. Impact factors of deflection and moment calculated by bridge specification method and vehicle-bridge system method for different vehicle velocities were compared, indicating that (1) theoretic vibrating frequencies are consistent with finite element results for skewed bridge, (2) obliquity and supporting manner have significant influences on dynamic characteristics, (3) the impact effect and velocity of vehicles do not change monotonously, and (4) the impact factors of deflection and moment are different for skewed bridge.

Key words: skewed bridge; vibrating frequency; vehicle-bridge vibration; impact effect; theoretic formula; finite element

收稿日期: 2008-10-22; 修改日期: 2009-09-21

基金项目: 国家自然科学基金项目(50778024); 中国博士后基金项目(20080441177)

作者简介: *夏桂云(1972—), 男, 湖南湘阴人, 副教授, 博士后, 从事桥梁工程的教学与科研(E-mail: xiagy72@163.com);

俞茂宏(1934—), 男, 浙江宁波人, 教授, 博导, 从事材料强度和结构强度研究(E-mail: mhyu@mail.xjtu.edu.cn);

李传习(1963—), 男, 湖南衡南人, 教授, 博士, 博导, 从事桥梁工程的科研与教学(E-mail: lichuanxi2@163.com);

曾庆元(1925—), 男, 江西泰和人, 教授, 博导, 中国工程院院士, 从事列车脱轨、桥梁振动、极限承载力研究。

斜桥在我国高速公路和城市立交桥的建设中发挥了重要作用,应用越来越广泛,国内外学者对其静力性能进行了广泛而深入的研究^[1]。2004年“公路桥规”将冲击系数 μ 的计算由1989年的用计算跨径 L 作为计算参数改为用基频 f 作为计算参数,使得桥梁的冲击问题如果按规范方法计算的话变成了一个基频计算问题,“规范”的改变促进了斜桥动力特性的研究,刘华^[2]分析了斜交角、车辆行驶状态、车速对混凝土公路斜桥的动力影响,何旭辉^[3]对高速铁路PC斜交箱梁桥的振动特性进行了模型试验研究,夏樟华^[4]对深圳元朗斜桥频率、振型、阻尼比进行了现场测试和识别工作。但这些工作都没有考虑斜桥的剪切变形影响。

桥梁冲击效应的理论研究多采用车-桥振动分析方法,在正桥方面有大量的研究成果,但是有些分析结论不一致。以动挠度为例,孙璐^[5]认为匀速运动恒载作用下梁的动力响应最大值与荷载运动速度成指数关系,速度越大,挠度响应越小。李军强^[6]认为桥跨中点的挠度随车辆速度增加而增加。张庆^[7]认为车速增大,桥梁振幅并不一定增大,也并不一定减小,而是存在至少一个由车速控制的共振车速点。沈火明^[8]认为车辆移动速度对最大动态响应的影响不明显,特别是在移动荷载速度低于160km/h时。以冲击效应对变形影响大、还是对内力影响大问题为例,卜建清^[9]认为,挠度动力放大系数一般大于弯矩动力放大系数,Saadeghvaziri的分析^[10]则反映出弯矩动力放大系数大于挠度动力放大系数。对于斜桥而言,冲击效应对动挠度、动内力影响的一般规律如何值得研究。

基于上述原因,考虑到桥梁的车-桥振动一般为高阶频率振动,胡海昌教授在其专著中指出剪切变形对梁的高阶频率振动影响不能忽视^[11],故本文采用考虑剪切变形和转动惯量影响的Timoshenko修正理论^[12-13]来建立斜桥自振频率的超越方程,同时还建立有限元列式,以分析斜桥自振频率的变化规律;采用车-桥振动的有限元方法分析斜桥中汽车移动速度、斜度(斜交角的余角)^[1]等对挠度、弯矩、冲击系数的影响,初步探讨斜桥动力特性问题。

1 Timoshenko 深梁振动的修正理论

考虑剪切变形影响的深梁理论中,1921年Timoshenko提出的二广义位移梁理论最为经典^[11],其振动方程为:

$$\begin{cases} C\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial \psi}{\partial x}\right) - \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + q = 0 \\ D \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \rho I \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + C\left(\frac{\partial w}{\partial x} - \psi\right) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中: $D=EI$ 、 $C=kGA$ 、 k 为剪切修正系数^[11]、 E 和 G 分别为材料弹性模量和剪切模量、 I 和 A 为抗弯惯性矩和截面面积; ρ 为材料密度; w 为竖向位移; ψ 为转角位移。

虽然Timoshenko梁的振动理论得到了变分原理的证实,但是此理论存在“一个振型有两个频率”的缺点。2005年陈镛教授通过对Timoshenko梁振动理论的研究^[12]认为其没有考虑剪切变形引起的转动惯量影响,式(1)的第2式中截面转动惯量只采用弯曲引起的转动惯量 $\rho I \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$ 是不全面的,合理

的形式应采用截面全部转动惯量 $\rho I \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2}$ (弯曲引起的转动惯量和剪切变形引起的转动惯量之和),并提出了Timoshenko梁振动的修正理论,如图1所示,其振动方程^[12]如下:

$$\begin{cases} C\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial \psi}{\partial x}\right) - \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + q = 0 \\ D \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \rho I \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2} + C\left(\frac{\partial w}{\partial x} - \psi\right) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

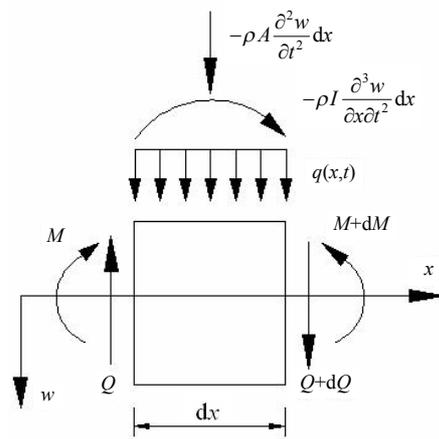


图1 修正的Timoshenko梁振动模型

Fig.1 Vibrating model of modified Timoshenko beam

将式(2)解耦,得到用挠度 w 表示的振动方程:

$$\begin{aligned} D \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \left[q - \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right] - \rho I \frac{\partial^4 w}{\partial t^2 \partial x^2} + \\ \frac{D}{C} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[q - \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right] = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

式中:第1项、第2项对应于传统的 Bernoulli-Euler 梁理论;第3项对应于主转动惯量;第4项对应于主剪切变形项。与传统的 Timoshenko 梁运动方程相比少了一个合并项^[12]。

2 斜桥的振动频率方程

考虑剪切变形的影响,将斜桥作为深梁,采用修正的 Timoshenko 梁振动理论,考虑斜桥的“弯扭耦合”效应,本文推导出了斜深梁单元的动态刚度矩阵。对于如图2所示的A型单跨斜支承等截面斜桥,结合斜约束边界条件,其关于自振圆频率 ω 的超越方程如下式:

$$\begin{vmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{vmatrix} = 0 \quad (4)$$

式中:

$$k_{11} = \frac{EI \cos^2 \Phi_i}{L} \cdot F + \frac{GJ \sin^2 \Phi_i}{L} \cdot \Pi,$$

$$k_{12} = k_{21} = \frac{H \cdot EI \cos \Phi_i \cos \Phi_j - \Omega \cdot GJ \sin \Phi_i \sin \Phi_j}{L},$$

$$k_{22} = \frac{EI \cos^2 \Phi_j}{L} \cdot F + \frac{GJ \sin^2 \Phi_j}{L} \cdot \Pi.$$

其中:

$$F = \frac{\alpha\gamma + \beta\varphi}{2\gamma\varphi} \frac{\gamma \operatorname{ch} \alpha \sin \beta - \varphi \operatorname{sh} \alpha \cos \beta}{1 - \operatorname{ch} \alpha \cos \beta + \frac{\gamma^2 - \varphi^2}{2\gamma\varphi} \operatorname{sh} \alpha \sin \beta},$$

$$H = \frac{\alpha\gamma + \beta\varphi}{2\gamma\varphi} \frac{\varphi \operatorname{sh} \alpha - \gamma \sin \beta}{1 - \operatorname{ch} \alpha \cos \beta + \frac{\gamma^2 - \varphi^2}{2\gamma\varphi} \operatorname{sh} \alpha \sin \beta},$$

$$\Pi = \frac{\lambda \cos \lambda}{\sin \lambda}, \quad \Omega = \frac{\lambda}{\sin \lambda},$$

$$\alpha = L \sqrt{\frac{-\omega^2 \left(\frac{I}{A} + \frac{D}{C} \right) + \sqrt{\omega^2 \left(\frac{I}{A} + \frac{D}{C} \right)^2 + \frac{4D\omega^2}{\rho A}}}{\frac{2D}{\rho A}}},$$

$$\beta = L \sqrt{\frac{\omega^2 \left(\frac{I}{A} + \frac{D}{C} \right) + \sqrt{\omega^2 \left(\frac{I}{A} + \frac{D}{C} \right)^2 + \frac{4D\omega^2}{\rho A}}}{\frac{2D}{\rho A}}},$$

$$\gamma = \alpha \left(1 + \frac{D}{C} \beta^2 \right), \quad \varphi = \beta \left(1 - \frac{D}{C} \alpha^2 \right),$$

$$\lambda = L \sqrt{\frac{\rho J \omega^2}{GJ}} = L \omega \sqrt{\frac{\rho}{G}}.$$

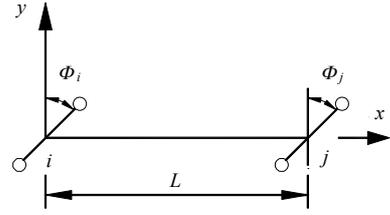


图2 单跨斜桥

Fig.2 Single span skewed bridge

式(4)的简化形式如式(5)所示。

$$R^2(F^2 - H^2) + \tan^2 \Phi_i \tan^2 \Phi_j (\Pi^2 - \Omega^2) + R[F \cdot \Pi (\tan^2 \Phi_i + \tan^2 \Phi_j) + 2H \cdot \Omega \tan \Phi_i \tan \Phi_j] = 0 \quad (5)$$

式中: $R = \frac{EI}{GJ}$ 为弯扭刚度比。

如果不考虑剪切变形和转动惯量的影响,采用初等梁理论分析斜桥的振动问题时,只需要在上述方程的计算参数 α 、 β 、 γ 、 φ 中令 $\omega^2 \left(\frac{I}{A} + \frac{D}{C} \right) = 0$,使其退化如下式形式:

$$\alpha = \beta = \gamma = \varphi = L \sqrt{\frac{\rho A \omega^2}{D}} \quad (6)$$

应用退化的计算参数 α 、 β 、 γ 、 φ ,仍可用式(4)、式(5)来求解斜桥的振动频率。

3 斜桥振动的有限元列式

对于多跨连续斜桥,如果采用B型、C型等非标准斜向支承^[1],不能利用式(4)或式(5)计算其振动频率,采用有限元则比较方便。定义斜深梁单元结点力、结点位移方向如图3所示。

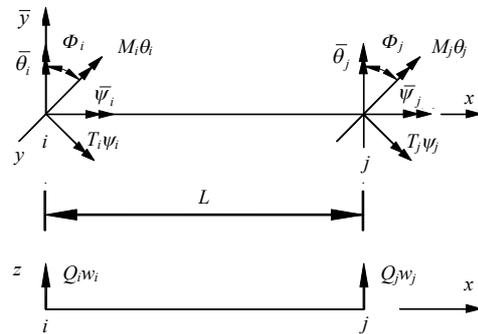


图3 斜深梁单元的结点力、结点位移

Fig.3 Nodal force and nodal displacement of the element of skewed deep girder

斜深梁单元的位移模式为:

$$\begin{Bmatrix} w \\ \bar{\theta} \\ \bar{\psi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 \cos \Phi_i & -N_2 \sin \Phi_i \\ N_5 & N_6 \sin \Phi_i & -N_6 \sin \Phi_i \\ 0 & M_1 \sin \Phi_i & M_1 \cos \Phi_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_3 \\ N_7 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} N_4 \cos \Phi_j & -N_4 \sin \Phi_j \\ N_8 \cos \Phi_j & -N_8 \sin \Phi_j \\ M_2 \sin \Phi_j & M_2 \cos \Phi_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_W \\ N_B \\ N_T \end{Bmatrix} \{q\}^e \quad (7)$$

式中： N_1-N_8 为深梁单元的 Hermite 三次插值函数^[14]； $M_1、M_2$ 为 Lagrange 线性插值函数； $\{q\}^e = \{w_i \ \theta_i \ \Psi_i \ w_j \ \theta_j \ \Psi_j\}^T$ 为结点位移。

斜桥结构自由振动的频率方程为：

$$|[K]-\omega^2[M]|=0 \quad (8)$$

式中：

$$[K]=D \int_0^L [B]_1^T [B]_1 dx + C \int_0^L [B]_2^T [B]_2 dx + GJ \int_0^L [B]_3^T [B]_3 dx,$$

$$[M]=\rho A \int_0^L [N]_W^T [N]_W dx + \rho I \int_0^L [N]_B^T [N]_B dx + \rho J \int_0^L [N]_T^T [N]_T dx,$$

$$[B]_1 = \frac{\partial [N_B]}{\partial x}, \quad [B]_2 = \frac{\partial [N_W]}{\partial x} - [N_B],$$

$$[B]_3 = \frac{\partial [N_T]}{\partial x}.$$

4 单跨斜桥参数对振动频率的影响

斜桥中振动频率受斜度、支承方式、弯扭刚度比等参数的影响，为此进行参数分析。

4.1 A 型单跨斜桥的斜度对频率的影响

对于两端斜度相同(即 $\Phi_i = \Phi_j = \Phi$)的 A 型单跨斜桥，如图 4 所示，结构材料弹性模量 $E=3.45 \times 10^4 \text{MPa}$ 、剪切模量 $G=1.38 \times 10^4 \text{MPa}$ 、密度 $\rho=2.6 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ 、截面面积 $A=7.527 \text{m}^2$ 、抗弯惯性矩 $I=12.454 \text{m}^4$ 、抗扭惯性矩 $J=23.707 \text{m}^4$ 、计算跨径 $L=20 \text{m}$ 、剪切修正系数 $k=0.27894$ 。这些参数取至湖南省境内一座上行、下行斜箱梁桥的半幅结构，桥面宽 12.0m，三车道布置。采用理论公式(5)和有限元式(8)分别计算了其前 5 阶频率，有限元计算时将结构划分为 100 个单元。经计算，不同斜度 Φ 的结构前 5 阶振动频率理论值与有限元结果如图 5 所示。

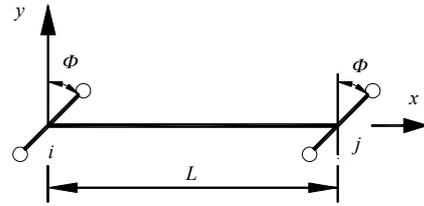


图 4 两端斜度相同的 A 型单跨斜桥

Fig.4 Single span skewed bridge of same obliquity

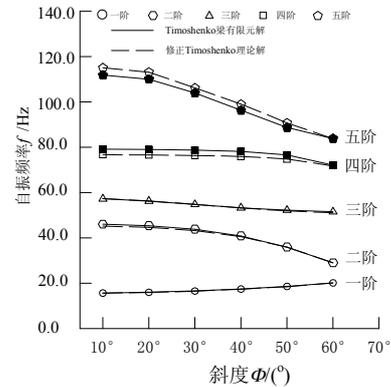


图 5 A 型单跨斜桥前 5 阶频率随斜度的变化

Fig.5 The first five frequencies changing with obliquity for A-type parallel skewed bridge

从图 5 中可以看出，采用修正的 Timoshenko 梁理论计算的斜桥前 5 阶频率与有限元结果几乎完全一致。从图 5 中还可看出，第 1 阶频率(基频)随斜度的增大而增大，但第 2 阶、第 3 阶频率随斜度的增大而减小。此变化特征与其他斜桥根据试验测试结果总结的规律^[3-4]一致。

为考证剪切变形对斜桥振动的影响，将修正的 Timoshenko 梁理论结果与不考虑剪切变形的 Euler 梁理论结果进行比较，如图 6 所示。

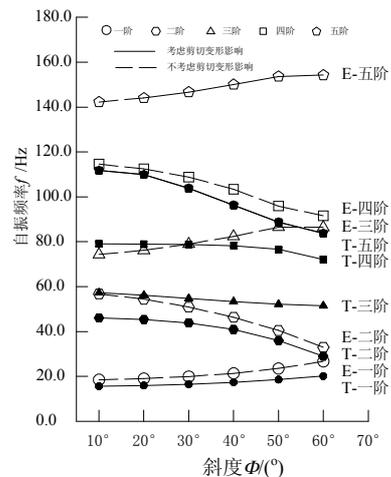


图 6 考虑与不考虑剪切变形影响的振动频率

Fig.6 Vibrating frequencies of Timoshenko and Euler Beam

从图 6 中可以看出，两者间基频结果相差不大，但对于 2 阶以上的频率，两者的频率、频率大小等

存在较大差别,而且用初等梁理论分析时存在频散问题,用修正的 Timoshenko 梁理论分析时无频散现象^[12],频率极限不超过 5000Hz。

4.2 直角梯形斜桥不同斜度对频率的影响

斜桥在桥型方案选择时,正交与斜交过渡段可设一端正交另一端斜交的直角梯形斜桥($\Phi_i = 0, \Phi_j = \Phi$),如图 7 所示。结构计算参数同前,前 5 阶频率随斜度 Φ 的变化如图 8 所示。

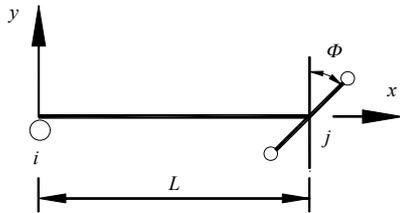


图 7 一端正交另一端斜交的直角梯形斜桥
Fig.7 Trapezoidal skewed bridge

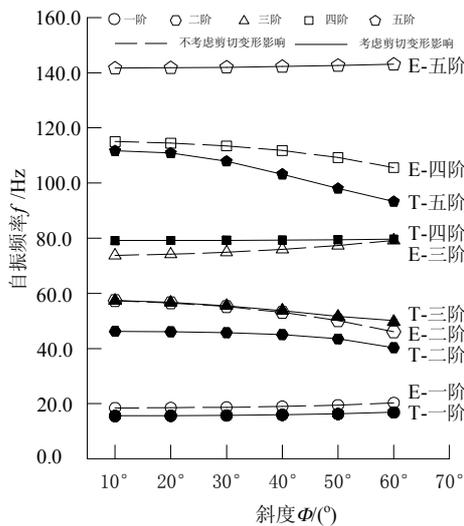


图 8 直角梯形斜桥前 5 阶频率随斜度变化
Fig.8 The first five frequencies changing with obliquity for trapezoidal skew bridge

从图 8 可以看出,对于一端正交、另一端斜交的直角梯形斜桥,其频率变化规律仍与 A 型单跨斜桥一致,但由于一端的正交特点,其基频比相应的 A 型单跨斜桥低。

4.3 等腰梯形斜桥不同斜度对频率的影响

等腰梯形斜桥是一种不常见的布置形式^[1],其支承反向布置($\Phi_i = -\Phi, \Phi_j = \Phi$),即对称布置,如图 9 所示。结构参数同前,前 5 阶频率随斜度变化如图 10 所示。

从图 10 可以看出,两端对称布置的等腰梯形斜桥,其第 1 阶频率随斜度 Φ 的增大而减小,其不

同于 A 型单跨斜桥的频率变化规律,而且频率比 A 型单跨斜桥低。从频率变化和静力性能来看,等腰梯形斜桥是一种不利的桥型方案,不宜采用,实践中少有实例。

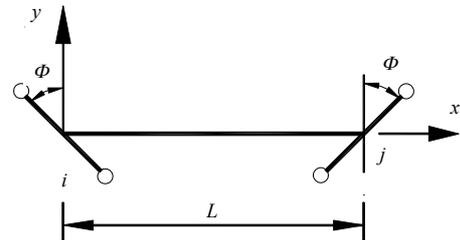


图 9 两端支承对称布置的等腰梯形斜桥
Fig.9 Skewed bridge of isosceles trapezoid

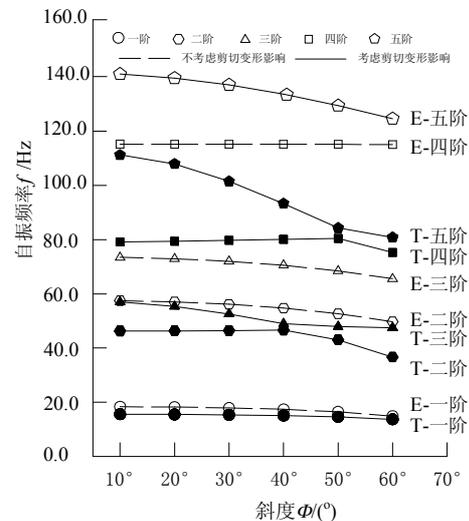


图 10 等腰梯形斜桥前 5 阶频率随斜度变化
Fig.10 The first five frequencies changing with obliquity for skewed bridge of isosceles trapezoid

5 单跨斜桥的车-桥振动分析

车辆通过桥梁时引起车-桥振动,加大了车辆的荷载效应,本文模拟一辆标准主车(轴重 70kN+130kN、轴距 4.0m)以不同速度($v=40\text{km/h}$ 、 $v=80\text{km/h}$ 、 $v=120\text{km/h}$ 、 $v=160\text{km/h}$ 、 $v=200\text{km/h}$ 、 $v=400\text{km/h}$)通过斜跨径 $L=20\text{m}$ 的斜桥,计算参数与前面一致。以车辆前轮进入桥跨结构作为时间起点,以车辆驶出桥梁 3 倍车长(即 12m)为时间终点,在此范围内进行振动分析(计算中没有考虑阻尼)。跨中截面的动挠度、动弯矩随车辆位置(相应于移动时间)变化如图 11、图 12 所示。

从图 11、图 12 可以看出,对于一定车速的车辆驶过桥跨,跨中截面的变形基本上是绕其静载挠度位置上下动态变化,并有一定的增大现象,跨中

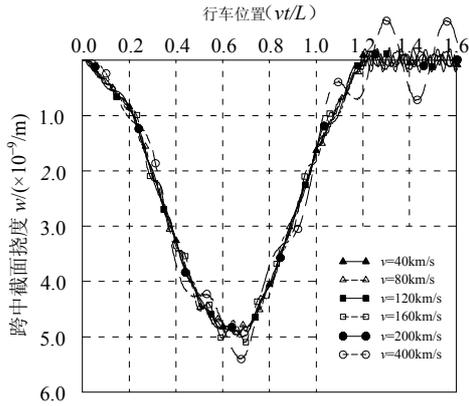


图 11 跨中截面动挠度随车辆位置变化

Fig.11 Deflection at mid-span changing with vehicle position

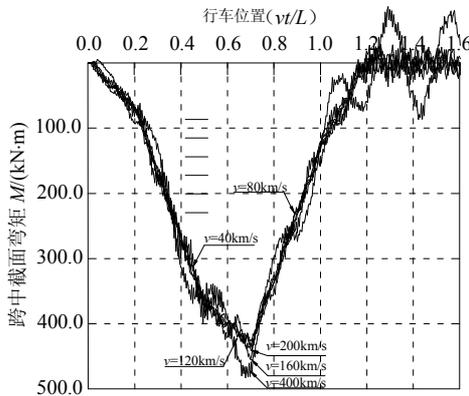


图 12 跨中截面动弯矩随车辆位置变化

Fig.12 Moment at mid-span changing with vehicle position

截面的弯矩变化与此相同。经过对前述 6 种车速计算结果的分析与比较，跨中截面的动挠度、动弯矩增幅与速度变化没有单调递增或递减规律。本文认为“车速增大，桥梁振幅并不一定增大，也并不一定减小，而是存在至少一个由车速控制的共振车速点”的观点^[7]在斜桥中是成立的。虽然本算例中车速 $v=400\text{km/h}$ 时挠度增幅最大，但在通常车速条件(如 $v<200\text{km/h}$)下，车速 $v=140\text{km/h}$ 时动挠度增幅最大，车速 $v=60\text{km/h}$ 时动弯矩增幅最大，此结论也可由后面图 17 所示的冲击系数随车速变化结果看出。

为考察结构振动的同相性，分析了斜度 $\Phi=45^\circ$ 、车速 $v=100\text{km/h}$ (其他条件同前算例)时，左 1/8 点、左 1/4 点、跨中、右 1/4 点、右 1/8 点的动挠度、动弯矩变化如图 13、图 14 所示。

从图 13、图 14 可以看出，5 个截面受移动车辆作用时，其振动不同相，说明在车-桥振动时，多频振型参与振动明显。在车辆驶出桥梁后结构作自由振动时，则比较同相。从图 13、图 14 还可看出，对于同一个截面，当车辆重轴(即后轴)驶至该截面

时振动幅值最大。

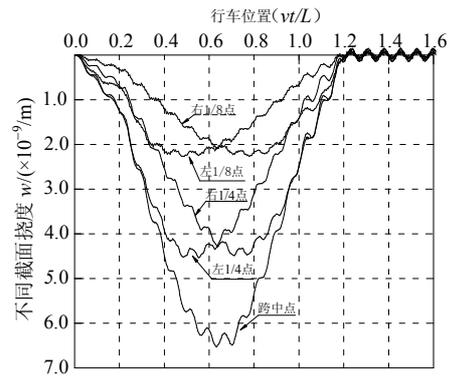


图 13 斜桥不同截面的动挠度变化

Fig.13 Deflection of different cross-section for skewed bridge

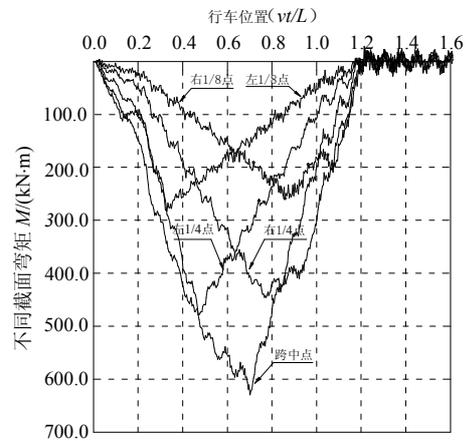


图 14 斜桥不同截面的动弯矩变化

Fig.14 Moment distribution for skewed bridge

对于简支的正桥结构，当车辆在其上行驶时，全跨范围内一般是跨中截面的动挠度、动弯矩最大，但在斜桥中由于斜度的影响，结构中最大动挠度、最大动弯矩不一定发生在跨中截面，图 15、图 16 列出了跨中(图 15、图 16 中的 51#点)附近几个截面动挠度、动弯矩的时程变化曲线，其中 45#、47#、49#、51#、53#、55# 点距左支点距离分别为 8.8m、

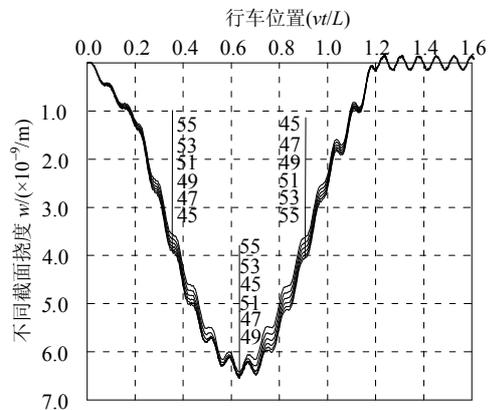


图 15 跨中截面附近不同截面的动挠度变化

Fig.15 Deflection of the cross-section near mid-span

9.2m、9.6m、10.0m、10.4m、10.8m。最大动挠度发生在 49# 点处，最大动弯矩发生在 51# 点处。可见斜桥跨中截面的动挠度、动弯矩并不总是最大。

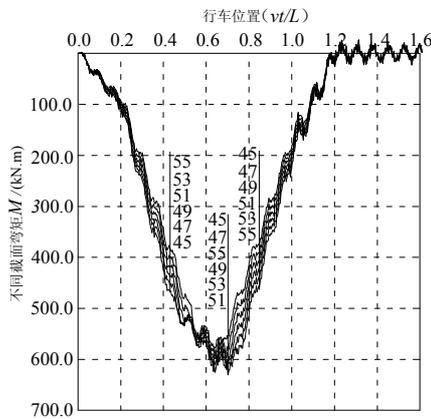


图 16 跨中截面附近不同截面的动弯矩变化

Fig.16 Moment distribution near mid-span

6 斜桥冲击系数的估算与比较

曾庆元院士^[15]研究指出结构振动时动挠度、动内力相比静挠度、静内力来说，增大现象并不相同，统一用一个冲击系数来描述效应增大现象并不合适，也没有理论根据。由于变形、内力增大现象不同步，跨中截面的挠度、弯矩并不一定最大，以桥跨结构中动载、静载作用下的最大挠度比和最大弯矩比定义挠度、弯矩的冲击系数，对前面算例的冲击系数进行分析，不同车速条件下挠度、弯矩冲击系数如图 17 所示。

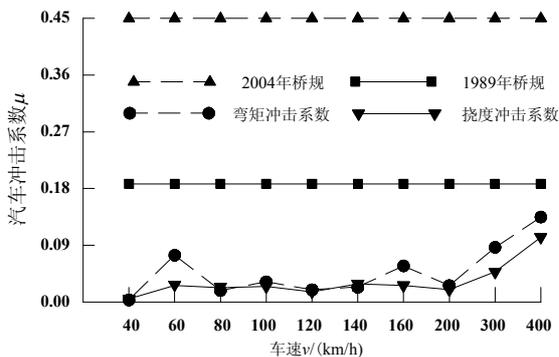


图 17 挠度和弯矩的冲击系数随车速变化

Fig.17 Impact factor of deflection and moment for different vehicle velocity

从图 17 中可以看出，挠度冲击系数与弯矩冲击系数并不相同，其与车速也没有简单的单调递增或递减规律可循，也不存在挠度冲击系数大于弯矩冲击系数或者弯矩冲击系数大于挠度冲击系数这样简单的结论，而是在某些车速条件下，挠度冲击系数比弯矩冲击系数大，某些车速条件下，弯矩冲

击系数比挠度冲击系数大。由车-桥振动模型计算的冲击系数也与 1989 年版、2004 年版“公路桥规”方法的计算结果有较大差别。

7 结论

根据以上的研究与分析，得到如下结论：

(1) 斜度、支承方式对斜桥前几阶振动频率有重要影响。对于 A 型斜桥，其第 1 阶频率随斜度增大而增大，第 2 阶频率随斜度增大而减小。

(2) 斜桥中由于车辆的冲击效应，车辆对结构变形和内力的增大现象与车速没有简单的单调递增或递减规律。故在桥梁的运营阶段，为了限制桥梁的振幅，设计阶段最好对结构进行优化，使车-桥系统的共振车速高于车辆实际行驶速度。

(3) 当车辆在单跨斜桥上行驶时，并不一定是跨中截面发生最大变形和最大弯矩，而有可能发生在跨中截面附近的某个截面上，并且最大变形和最大弯矩并不一定发生在同一截面。

(4) 同一座桥梁，其挠度、内力的冲击系数不同，其大小与桥跨形式、桥跨阻尼、桥面粗糙度、车辆移动速度、车辆参数等有关，当前的“公路桥规”以桥跨基频 f 为单一参数的计算方法是一种近似方法。以车-桥系统模型作为冲击效应分析方法，其计算结果与“公路桥规”方法计算的结果有较大的差别，还需要对车-桥系统模型进行深入研究和资料收集工作。

参考文献：

- [1] 夏淦, 邵容光. 斜梁结构分析[M]. 南京: 江苏科学技术出版社, 1995: 5-416.
Xia Gan, Shao Rongguang. Structural analysis of skew girder [M]. Nanjing: Jiangsu Science and Technology Press, 1995: 5-416. (in Chinese)
- [2] 刘华, 叶见曙. 混凝土公路斜桥动反应研究[J]. 公路交通科技, 2006, 23(10): 60-64.
Liu Hua, Ye Jianshu. Dynamic response research of concrete highway skew bridge [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2006, 23(10): 60-64. (in Chinese)
- [3] 何旭辉, 盛兴旺, 陈政清. 高速铁路 PC 斜交箱梁桥振动特性模型试验[J]. 铁道学报, 2002, 24(5): 89-92.
He Xuhui, Sheng Xingwang, Chen Zhengqing. Model test study of vibration characteristics on PC skew box girder bridge of civil high speed railway [J]. Journal of the China Railway Society, 2002, 24(5): 89-92. (in Chinese)

- [4] 夏樟华, 宗周红. 三跨斜交 T 梁动力特性分析[J]. 振动与冲击, 2007, 26(4): 147—150.
Xia Zhanghua, Zong Zhouhong. Dynamic analysis of a skewed T-girder bridge with three spans [J]. Journal of Vibration and Shock, 2007, 26(4): 147—150. (in Chinese)
- [5] 孙璐, 邓学钧. 移动车辆随机荷载作用下梁桥的瞬态响应[J]. 振动与冲击, 1997, 16(1): 63—67.
Sun Lu, Deng Xuejun. Transient response of beam to traveling random vehicle loads [J]. Journal of Vibration and Shock, 1997, 16(1): 63—67. (in Chinese)
- [6] 李军强, 刘宏昭, 何钦象. 车-桥系统耦合振动响应的简便计算[J]. 应用力学学报, 2004, 21(2): 66—69.
Li Junqiang, Liu Hongzhao, He Qinxiang. A simple numerical calculation for coupled vibration responses of a vehicle-bridge system [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2004, 21(2): 66—69. (in Chinese)
- [7] 张庆, 史家钧, 胡振东. 车辆-桥梁耦合作用分析[J]. 力学季刊, 2003, 24(4): 577—584.
Zhang Qing, Shi Jiajun, Hu Zhendong. Coupled interaction analysis on vehicle-bridge system [J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2003, 24(4): 577—584. (in Chinese)
- [8] 沈火明, 肖新标. 插值振型函数法求解移动荷载作用下等截面连续梁的动态响应[J]. 振动与冲击, 2005, 24(2): 27—30.
Shen Huoming, Xiao Xinbiao. Vibration response of multi-span uniform beam under moving loads by using fitting beam mode function [J]. Journal of Vibration and Shock, 2005, 24(2): 27—30. (in Chinese)
- [9] 卜建清, 娄国充, 罗韶湘. 汽车对桥梁冲击作用分析[J]. 振动与冲击, 2007, 26(1): 52—55.
Bu Jianqing, Lou Guochong, Luo Shaoxiang. Analysis of impact effects of moving vehicles on a continuous bridge [J]. Journal of Vibration and Shock, 2007, 26(1): 52—55. (in Chinese)
- [10] Saadeghvaziri M A. Finite element analysis of highway bridges subjected to moving loads [J]. Computers & Structures, 1993, 49(5): 837—842.
- [11] 胡海昌. 弹性力学的变分原理及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 1981: 139—206.
Hu Haichang. Variational principles of elasticity mechanics and its applications [M]. Beijing: Science Press, 1981: 139—206. (in Chinese)
- [12] 陈榕, 万春风, 薛松涛. Timoshenko 梁运动方程的修正及其影响[J]. 同济大学学报, 2005, 33(6): 711—715.
Chen Rong, Wan Chunfeng, Xue Songtao. Modification of motion equation of Timoshenko beam and its effect [J]. Journal of Tongji University, 2005, 33(6): 711—715. (in Chinese)
- [13] 陈榕, 万春风, 薛松涛. 无约束修正 Timoshenko 梁的冲击问题[J]. 力学学报, 2006, 38(2): 262—269.
Chen Rong, Wan Chunfeng, Xue Songtao. Impact response of an unrestrained modified Timoshenko beam [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2006, 38(2): 262—269. (in Chinese)
- [14] 夏桂云, 李传习. 考虑剪切变形影响的杆系结构理论与应用[M]. 北京: 人民交通出版社, 2008: 59—91.
Xia Guiyun, Li Chuanxi. Frame structure theory including shear deformation effect and its applications [M]. Beijing: China Communications Press, 2008: 59—91. (in Chinese)
- [15] 曾庆元, 郭向荣. 列车桥梁时变系统振动分析理论与应用[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1999: 5—38.
Zeng Qingyuan, Guo Xiangrong. Vibrating analysis theory and application of vehicle-Bridge's time variant system [M]. Beijing: China Railway Press, 1999: 5—38. (in Chinese)