

文章编号: 1000-4750(2007)03-0115-05

随机荷载作用下结构主动控制的作动器优化配置

孙万泉, *李庆斌

(清华大学水沙科学与水利水电工程国家重点实验室(筹), 北京 100084)

摘 要: 针对实际工程结构在持续的环境干扰下的控制问题, 提出一种同时选择其作动器数目、位置和控制增益的次优化配置方法。该方法通过不断地从作动器的可选位置中删除对二次型性能泛函最优值贡献最小的可选位置, 并同时调节性能泛函中的控制参数, 使结构的响应和控制力同时达到其最大值为止。该方法简单易行, 计算效率高, 避免了复杂的梯度和成本函数计算, 适合于实际工程应用。通过对一个多层剪切型框架进行仿真计算, 验证了该方法的有效性。

关键词: 振动控制; 作动器; 性能泛函; 优化配置; 随机荷载

中图分类号: TU311.3 文献标识码: A

OPTIMAL PLACEMENT OF ACTUATORS FOR STRUCTURE INITIATIVE CONTROL UNDER STOCHASTIC LOAD

SUN Wan-quan, *LI Qing-bin

(State Key Laboratory of Hydrosience and Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: In view of the engineering structure control under the continued environment disturbance, this paper presents a suboptimal method for placement, number and gains of actuators in output feedback control systems. In the approach, the candidate actuator locations contributing little to the performance functional optimum values are removed successively until structural response and controlling force reach maximum at the same time by adjusting parameter Q and R . This approach is simple and computationally efficient, avoiding the complex gradient and the costly functional calculations. Finally, this method is validated through an example simulating multilayer shear frame.

Key words: vibration control; actuator; performance functional; optimal placement; stochastic load

结构振动控制是一个应用领域广泛的工程问题。其中, 作动器/传感器的优化配置是其中的一个重要环节, 它不仅与工程结构的经济成本相关, 而且会影响闭环系统的性能和稳定性。目前, 围绕作动器和传感器优化配置的研究主要包括两个方面, 即优化位置的评价指标和优化方法。其中在评价指标方面, 已提出了多种优化准则^[1~3]。

八十年代以来, 对配置问题的研究主要是基于可控度和可观度的评价指标进行研究^[1,4]。然而, 在

很多工程结构中, 尤其是受到持续的随机荷载作用的结构振动控制问题, 仅仅使作动器和传感器的布置满足结构的可控和可观性是远远不够的。而如何用较小的作动力来有效地控制结构的振动变的尤为重要。所以后来又形成了以控制作用使系统能量损耗最大、控制作用与系统储能和最小化以及以二次型性能泛函为优化配置准则的研究^[1,5]。

二次型性能泛函是系统状态与控制输入的一个综合指标函数, 能够较好地反映结构在随机荷载

收稿日期: 2005-08-15; 修改日期: 2005-11-24

作者简介: 孙万泉(1975), 男, 山西人, 博士后, 从事工程结构振动与控制方面的研究(E-mail: sunwanquan75@163.com);

*李庆斌(1964), 男, 河南人, 教授, 工学博士, 从事智能混凝土结构材料方面的研究(E-mail: qingbinli@mail.tsinghua.edu.cn)。

作用下的控制性能。文献[6, 7]对二次型泛函进行了输入和输出成本分析,以可控和可观性为终止条件,采用逐步消除法对作动器和传感器进行了优化配置研究;文献[8]以系统的状态误差和输入来定义二次型性能泛函,以此为目标函数,用递归二次规划算法对已知数目下的作动器和传感器的位置进行了优化布置;文献[9]推导出二次型泛函对输入和输出矩阵的梯度函数,对作动器和传感器进行了优化布置。然而,现有的以二次型性能泛函为优化准则的研究文献大多局限于作动器抑制结构的残余振动情况,并没有考虑结构在持续的随机荷载作用下的控制性能;并且研究也基本是在作动器和传感器数目确定的情况下对其位置的优化布置。

本文利用 LQG 算法设计了在持续的随机荷载作用下的闭环控制系统,提出了一种同时选择作动器数目、位置和控制增益的次优化配置方法。该方法通过不断地从作动器的可选位置中删除对二次型性能泛函贡献最小的可选位置,同时调节性能泛函中的加权矩阵 Q 和 R ,使结构的响应和作动力同时达到规定的最大限值为止。为了避免初始条件的影响,文中对二次型性能泛函的最优值进行了求迹。该方法简单而且计算效率高,避免了复杂的梯度和成本函数计算。最后以一个 20 层剪切型框架在地震作用下的振动控制为仿真算例验证了该方法的有效性。

1 基本理论

1.1 线性二次型 Gauss(LQG)最优控制

已知受控线性定常系统的状态方程为:

$$\dot{\mathbf{Z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{Z}(t) + \mathbf{B}\mathbf{U}(t) + \boldsymbol{\varepsilon}_1(t) \quad (1)$$

$$\mathbf{Z}(t_0) = \mathbf{Z}_0$$

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{C}_0\mathbf{Z}(t) + \boldsymbol{\varepsilon}_2(t) \quad (2)$$

其中, $\mathbf{Z}(t)$ 为系统的状态向量, $\mathbf{U}(t)$ 为结构控制力,相应的位置矩阵为 \mathbf{B} , $\mathbf{Y}(t)$ 为输出向量, \mathbf{C}_0 是输出矩阵。

$\boldsymbol{\varepsilon}_1(t)$ 和 $\boldsymbol{\varepsilon}_2(t)$ 分别为输入和输出噪声,且均为零均值 Gauss 白噪声,且有:

$$\begin{aligned} E[\boldsymbol{\varepsilon}_1(t)] &= 0 & E[\boldsymbol{\varepsilon}_2(t)] &= 0 \\ E[\boldsymbol{\varepsilon}_1(t)\boldsymbol{\varepsilon}_1^T(\tau)] &= \mathbf{Q}_e\delta(t-\tau) & (3) \\ E[\boldsymbol{\varepsilon}_2(t)\boldsymbol{\varepsilon}_2^T(\tau)] &= \mathbf{R}_e\delta(t-\tau) \end{aligned}$$

系统的二次型性能泛函定义为:

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} [\mathbf{Z}^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{Z}(t) + \mathbf{U}^T(t)\mathbf{R}\mathbf{U}(t)] dt \quad (4)$$

首先,采用经典的 LQR 算法设计全状态反馈最优控制力 $\mathbf{U}(t)$:

$$\mathbf{U}(t) = -\mathbf{G}\mathbf{Z}(t) \quad (5)$$

$$\mathbf{G} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}$$

式中 \mathbf{P} 是如下 Riccati 矩阵代数方程的解:

$$-\mathbf{P}\mathbf{A} - \mathbf{A}^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} - \mathbf{Q} = 0 \quad (6)$$

然后,根据结构的观测输出,采用 Kalman 滤波器估计结构的全部状态,得到受控系统的状态方程为:

$$\dot{\hat{\mathbf{Z}}} = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{G} - \mathbf{K}_e\mathbf{C}_0)\hat{\mathbf{Z}} + \mathbf{K}_e\mathbf{Y} \quad (7)$$

$$\hat{\mathbf{Z}}(t_0) = \hat{\mathbf{Z}}_0$$

$$\hat{\mathbf{Y}}(t) = \mathbf{C}_0\hat{\mathbf{Z}} \quad (8)$$

式中, $\hat{\mathbf{Z}}(t)$ 是状态 $\mathbf{Z}(t)$ 的估计, \mathbf{K}_e 为 Kalman 滤波器增益,即:

$$\mathbf{K}_e = \mathbf{P}_e\mathbf{C}_0^T\mathbf{R}^{-1} \quad (9)$$

式中, \mathbf{P}_e 为滤波器稳态误差的协方差矩阵,由如下 Riccati 矩阵方程求解:

$$\mathbf{P}_e\mathbf{A}^T + \mathbf{A}\mathbf{P}_e - \mathbf{P}_e\mathbf{C}_0^T\mathbf{R}_e^{-1}\mathbf{C}_0\mathbf{P}_e + \mathbf{Q}_e = 0 \quad (10)$$

1.2 性能泛函的最优值及初始条件问题

若上述系统为完全可控的,则性能泛函的最优值为^[10]:

$$\begin{aligned} J &= \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} [\mathbf{Z}^T\mathbf{Q}\mathbf{Z} + \mathbf{U}^T\mathbf{R}\mathbf{U}] dt = -\frac{1}{2} \mathbf{Z}^T\mathbf{P}\mathbf{Z} \Big|_{t_0}^{\infty} = \\ &= \frac{1}{2} \mathbf{Z}^T(t_0)\mathbf{P}\mathbf{Z}(t_0) \end{aligned} \quad (11)$$

本文以性能泛函的最优值为目标函数对作动器进行优化配置,然而根据式(11)可以看出性能泛函最优值依赖于系统的初始状态。为了避免对初始状态的依赖,本文根据文献[9]中的方法对性能泛函最优值进行求迹运算,也就是对状态空间的所有初始向量进行平均,如公式(12)所示:

$$J = \frac{1}{2} \text{tr}[\mathbf{P}] \quad (12)$$

1.3 随机荷载下结构的最优控制

工程结构在随机荷载作用下的控制问题可用状态方程表示为:

$$\dot{\mathbf{Z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{Z}(t) + \mathbf{B}\mathbf{U}(t) + \mathbf{D}\mathbf{F}(t) \quad (13)$$

仍然采用式(4)定义的系统性能泛函。其中 Riccati 方程为:

$$(\dot{\mathbf{P}} + \mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{P} - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} + \mathbf{Q})\mathbf{Z} + \mathbf{P}\mathbf{D}\mathbf{F} = 0 \quad (14)$$

在 $\mathbf{F}(t)$ 已知的情况下,方程(13)可与方程(14)联立求解,但过于麻烦,不便于运用。为此,一般假定 $\mathbf{F}(t) = 0$, 系统的最优控制力仍可简化为式(5),

其结果对随机荷载作用下的结构最优控制来说不是精确的(称为近似最优控制或拟最优控制)。

2 算法介绍

利用 LQG 方法对结构进行最优控制时, 结构最优控制力与作动器的位置矩阵 B 相关, 而传感器的位置矩阵 C_0 与滤波器增益相关(见式(9))。本文只对影响控制力增益的作动器进行优化配置, 算法流程如图(1)所示。

首先, 根据公式(15)计算作动器所有可能布置位置对系统性能泛函最优值的贡献大小, 即灵敏度大小。

$$L_i = J_i - J_0 \quad (15)$$

式中, L_i 表示第 i 个作动器位置对系统性能泛函最优值的贡献大小(即灵敏度); J_0 表示未删除作动器前的性能泛函最优值; J_i 表示删除第 i 个作动器后的性能泛函最优值。

其次, 在保证结构为完全可控条件下, 利用 LQG 算法对结构进行动力响应计算。

最后, 根据二次泛函中加权矩阵 Q 和 R 对结构状态和控制力的影响大小, 不断调节二者的比值, 使结构最大响应和控制力同时达到规定的最大限值 Z_{max} 和 U_{max} 。本文对 Q 和 R 加权矩阵的调节仍是靠人为地实时观测结构的响应和作用力的变化趋势进行的。

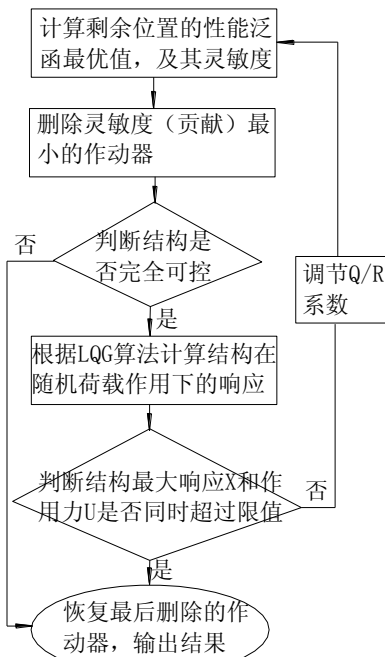


图 1 算法流程图

Fig.1 Flow chart of algorithm

3 算例

采用一个 20 层剪切型框架结构(如图 2)对以上作动器优化配置算法进行仿真运算。

3.1 模型参数说明

设结构层质量和层间刚度分别为: $m_i = 4 \times 10^5 \text{ kg}$ 和 $k_i = 3 \times 10^8 \text{ N/m}$ ($i=1,2,\dots,20$), 阻尼矩阵为: $C = \alpha M + \beta K$, α 和 β 由前两阶振型阻尼比 ($\zeta_1 = \zeta_2 = 5\%$) 确定。结构受如图 3 的地震波荷载作用。结构的最大位移和作用力规定限值为 $X_{max} = 0.4 \text{ m}$ 和 $U_{max} = 3.0 \times 10^3 \text{ kN}$ 。

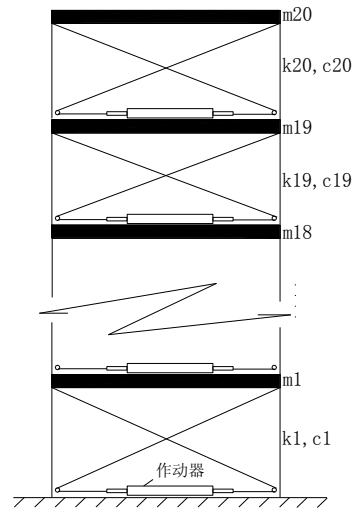


图 2 结构主动控制系统

Fig.2 The system of structure initiative control

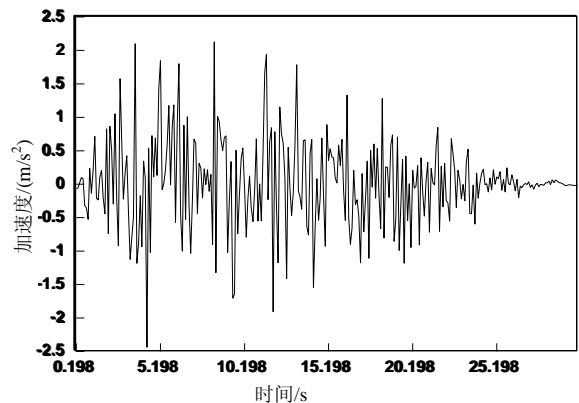


图 3 地震波荷载曲线

Fig.3 Seismic wave curve

3.2 LQG 控制算法

(1) 假设只能观测结构各层的绝对加速度, 不能测量结构的位移和速度, 则受控结构的状态方程和观测方程分别为^[10]:

$$\dot{Z} = AZ + B[U + \varepsilon_1(t)] + D\ddot{x}_g \quad (16)$$

$$Z(0) = 0$$

$$Y = C_0(\dot{Z} - D\ddot{x}_g) + \varepsilon_2(t) = C_0(AZ + BU) + \varepsilon_2(t) \quad (17)$$

其中, $C_0 = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}_{20 \times 40}$

(2) 由 Matlab 函数 *lqr* 得到控制力状态反馈增益矩阵:

$$G = lqr(A, B, Q, R) \quad (18)$$

其中, 待调节的初始加权矩阵取为:

$$Q = \alpha \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix}, \quad \alpha = 100, \quad R = \beta I = 5 \times 10^{-6} I.$$

(3) 由 Matlab 函数 *lqe2* 设计 Kalman 滤波器,

$$K_e = lqe2(A, B, C_0 * A, Q_e, R_e)$$

其中假设 $Q_e = E[\varepsilon_1(t)\varepsilon_1^T(t)] = 10^{-4} I,$

$$R_e = E[\varepsilon_2(t)\varepsilon_2^T(t)] = 10^{-2} I.$$

(4) 由以上得到的控制力反馈增益矩阵和 Kalman 滤波增益矩阵, 得到受控结构状态方程和输出方程为:

$$\dot{\hat{Z}} = (A - BG - K_e C_0 A + K_e C_0 B G) \hat{Z} + [K_e \quad D][Y^T \quad \ddot{x}_g^T(t)]^T \quad (19)$$

$$Y = C_0(\hat{Z} - DF) \quad (20)$$

以上控制过程采用 Simulink 工具箱编制程序。

3.3 作动器的优化配置与控制结果

表 1 列出了该结构作动器的删除过程及优化配置结果。

表 1 受控结构作动器的删除过程

Table 1 The actuators deleted process

删除次序	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
删除层数	20	19	18	17	8	9	16	11	12	10
β 值($\times 10^{-6}, \alpha=100$)	5	5	5	5	5	5	5	5	4.5	4.5
最大位移响应/dm	3.691	3.693	3.698	3.709	3.779	3.837	3.852	3.905	3.937	3.955
最大作用力($\times 10^3$ kN)	2.32	2.32	2.33	2.34	2.43	2.51	2.54	2.60	2.79	2.91

通过以上优化控制可知: (1) 作动器最终优化布置在第 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 13, 14 和 15 层; (2) 结构的最大位移响应和控制力随着受控结构作动器的不断删除而逐步增大; (3) 结构最大位移始终发生在顶层, 最大控制力发生在底层。优化删除 10 个作动器后结构的最大位移仅仅增大 7.3%, 最大控制力提高了 25%; (4) 从图 4 和图 5 可以看出通过本文算法对受控结构进行作动器优化配置, 在规定的最大响应和控制力范围内仍能够用较少的作动器对结构进行有效的振动控制。

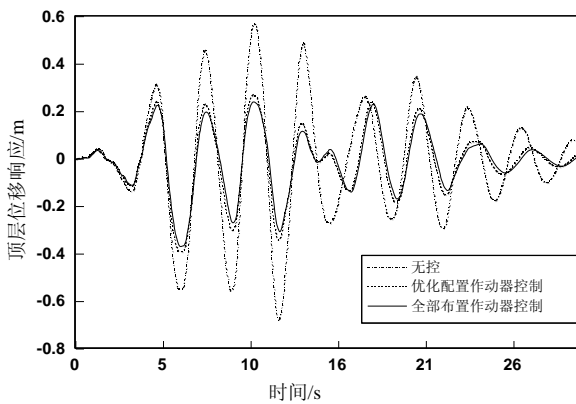


图 4 结构顶层位移反应

Fig.4 Displacement curves of top floor

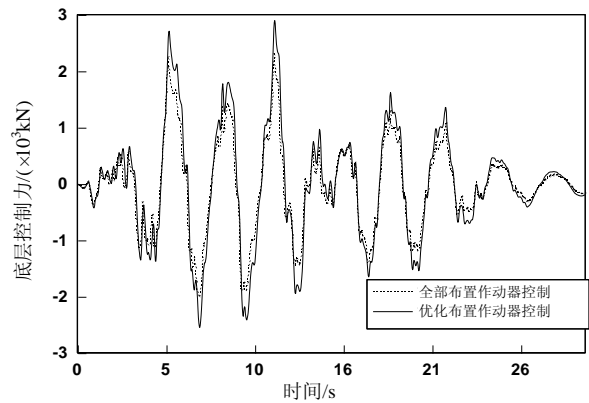


图 5 结构底层控制力历程

Fig.5 Control forces of bottom floor

4 结论

本文提出的以二次型性能泛函的最优值为准则的作动器优化配置方法, 可以有效地对持续随机荷载作用下的闭环控制系统的作动器进行优化配置。该方法简单易行, 计算效率高, 适合于实际工程运用。

本文对 Q 和 R 加权矩阵的调节目前仍是靠人为地实时观测结构的响应和作用力的变化进行的, 所以如何将 Q 和 R 比值的调节进一步程序化, 仍有待于研究。

当利用 LQG 算法设计闭环系统时, 作动器主要与控制增益相关, 而传感器主要与结构的状态估计相关。所以如何优化传感器的数目和位置, 以及研究作动器和传感器优化配置之间的耦合关系也是待深入研究的课题。

参考文献:

- [1] 刘福强, 张令弥. 作动器/传感器优化配置的研究进展 [J]. 力学进展, 2000, 30(4): 506~516.
Liu Fuqiang, Zhang Lingmi. Advances in optimal placement of actuators and sensors [J]. Advances in Mechanics, 2000, 30(4): 506~516. (in Chinese)
- [2] Skelton R E, Li Faming. Economic sensor/actuator selection and its application to flexible structure control [C]. Bellingham: Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering, v5383, Smart Structures and Materials 2004 - Modeling, Signal Processing, and Control, 2004. 194~201.
- [3] Demetriou M A. Integrated actuator-sensor placement and hybrid controller design of flexible structures under worst case spatiotemporal disturbance variations [J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2004, 15(12): 901~921.
- [4] 刘福强, 张令弥. 作动器与传感器优化配置的逐步消减法[J]. 宇航学报, 2000, 21(3): 64~69.
Liu Fuqiang, Zhang Lingmi. Successive method for optimal placement of actuators and sensors [J]. Journal of Astronautics, 2000, 21(3): 64~69. (in Chinese)
- [5] 王存堂, 唐建中, 费鸣, 史维祥. 主动振动控制中传感/作动元件配置问题的全局优化方法研究[J]. 应用力学学报, 1998, 15(1): 55~90.
Wang Cuntang, Tang Jianzhong, Fei ming, Shi Weixiang. Research on global optimal method for positioning sensor/actuator in active vibration control [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 1998, 15(1): 55~90. (in Chinese)
- [6] Skelton R E, DeLorenzo M L. Selection of noisy actuators and sensors in linear stochastic systems [J]. Journal on Large Scale Systems, Theory and Applications, 1983, 4(4): 109~136.
- [7] DeLorenzo M L. Sensor and actuator selection for large space structure control [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1990, 13(2): 249~257.
- [8] Kondoh Shinji, Yatomi Chikayoshi, Inoue Koichi. Positioning of sensors and actuators in the vibration control of flexible systems [J]. JSME International Journal, Series 3: Vibration, Control Engineering, Engineering for Industry, 1990, 33(2): 145~152.
- [9] Xu K, Warnitchai P, Igusa T. Optimal placement and gains of sensors and actuators for feedback control [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1994, 17(5): 929~934.
- [10] 欧进萍. 结构振动控制——主动、半主动和智能控制 [M]. 北京: 科学出版社, 2003.
Ou Jinping. Structure vibration control —— active, semi-active and intelligent control [M]. Beijing: Science Press, 2003. (in Chinese)
- [8] Byung Hwan Oh, Jae Yeol Cho, Gyun Park. Failure behavior and separation criterion for strengthened concrete members with steel plates [J]. J Struct Eng ASCE, 2003, 129(9): 1191~1198.
- [9] 江见鲸, 陆新征, 叶列平. 混凝土结构有限元分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.
Jiang Jianjing, Lu Xinzheng, Ye Lieping. Finite element analysis of concret structures [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005. (in Chinese)
- [10] 杜青, 蔡美峰, 张献民. CFRP 板加固钢筋混凝土梁的分离式有限元模型[J]. 土木工程学报, 2005, 38(7): 11~14.
Du Qing, Cai Meifeng, Zhang Xianmin. Separate finite element modeling of reinforced concrete beams with externally bonded CFRP plates [J]. China Civil Engineering Journal, 2005, 38(7): 11~14. (in Chinese)

(上接第 158 页)