

# 基于虚拟裂缝模型的混凝土等效断裂韧度

吴智敏, 王金来, 徐世烺, 刘毅

(大连理工大学海岸及近海工程国家重点实验室, 大连 116024)

**摘 要:** 本文采用虚拟裂缝模型, 将临界裂缝尖端张开位移  $CTOD_c$  作为控制参数, 利用三点弯曲梁试件通过迭代求得了混凝土裂缝亚临界扩展量的临界值  $\Delta a_c$ , 据此求得了混凝土起裂断裂韧度  $K_{Ic}^{ini}$ 、等效断裂韧度  $K_{Ic}^{eq}$  值。计算结果表明, 随着试件尺寸的增大,  $\Delta a_c$  增大, 但  $K_{Ic}^{ini}$ 、 $K_{Ic}^{eq}$  值却是与试件尺寸无关的断裂参数。这表明线弹性断裂韧度准则可应用于混凝土结构的裂缝评定。

**关键词:** 混凝土; 裂缝; 断裂韧度; 虚拟裂缝模型

**中图分类号:** O346.1 **文献标识码:** A

## 1 引言

对于小尺寸试件, 采用在试验中测得的最大荷载  $P_{max}$  及初始缝长  $a_0$  求得的混凝土断裂韧度值  $K_{Ic}$  存在着明显的尺寸效应<sup>[1-2]</sup>。因此, 线弹性断裂力学对于小尺寸的混凝土结构是不适用的。因此人们设想, 对于尺寸足够大的试件, 即使不进行有效裂缝长度的修正也能测得与尺寸无关的真实的断裂韧度  $K_{Ic}$ 。文献[3]采用最大尺寸为  $3.6m \times 3.0m \times 0.2m$  的紧凑拉伸试件进行了混凝土断裂试验。结果表明, 当试件高度大于  $2m$  时, 采用最大荷载  $P_{max}$  和初始预制缝长  $a_0$  按线弹性断裂力学公式求得的  $K_{Ic}$  值与试件尺寸无关。然而, 要完成如此大尺寸的断裂试验, 这在普通实验室是难以实现的。因此, 如何采用小尺寸试件, 利用在试验中测得的  $P_{max}$  和求得的裂缝亚临界扩展量  $\Delta a_c$ , 对  $K_{Ic}$  进行修正进而求得与其尺寸无关的等效断裂韧度  $K_{Ic}^{eq}$  始终是研究者追寻的目标。

众多的研究表明, 造成混凝土断裂韧度  $K_{Ic}$  尺寸效应的原因是混凝土裂缝尖端的微裂区及裂缝的亚临界扩展量  $\Delta a_c$ 。对于大尺寸试件, 由于  $\Delta a_c$  与初始缝长相比是一个小量, 因此随着试件尺寸的增大,  $\Delta a_c$  对  $K_{Ic}$  的影响越来越小, 所以对大型混凝土试件, 即使忽略  $\Delta a_c$ , 也有可能测得与试件尺寸无关的  $K_{Ic}$  值。但是对小尺寸试件,  $\Delta a_c$  与初始缝长  $a_0$  相比并非小量, 所以若忽略  $\Delta a_c$  将会对  $K_{Ic}$  产生明显的影响。基于这个原因, 本文采用

收稿日期: 1998-01-21; 修订日期: 1999-05-14

基金项目: 国家杰出青年基金资助项目 (59625814)

作者简介: 吴智敏(1963), 男, 浙江省台州市人, 副教授, 博士, 主要从事砼及钢筋砼断裂理论研究

线弹性断裂理论并结合虚拟裂缝模型, 将  $CTOD_c$  作为材料参数, 通过迭代法求得了最大尺寸为  $2500 \times 600 \times 600\text{mm}^3$  的三点弯曲梁的裂缝亚临界扩展量  $\Delta a_c$ 、起裂断裂韧度  $K_{Ic}^{mi}$  及等效断裂韧度  $K_{Ic}^{m}$ 。研究表明, 在本次试验范围内,  $\Delta a_c$  值随试件尺寸的增加而有所增加, 但  $K_{Ic}^{mi}$ 、 $K_{Ic}^{m}$  值却与试件尺寸无关。这说明了造成混凝土  $K_{Ic}$  尺寸效应的原因是忽略了裂缝的亚临界扩展量  $\Delta a_c$ 。

## 2 将 $CTOD_c$ 作为控制参数求解混凝土裂缝的亚临界扩展量 $\Delta a_c$ 、起裂断裂韧度 $K_{Ic}^{mi}$ 及等效断裂韧度 $K_{Ic}^{m}$

由于混凝土失稳断裂前存在着裂缝的稳定扩展过程即亚临界扩展, 因此在线弹性断裂力学公式计算断裂韧度  $K_{Ic}$  时应采用裂缝实际长度  $a_c$ , 即初始缝长  $a_0$  加上裂缝扩展量  $\Delta a_c$ 。然而混凝土的裂缝亚临界扩展量  $\Delta a_c$  在试验中难以测量且不准确。因此, 我们采用线弹性断裂理论并结合虚拟裂缝模型, 以  $CTOD_c$  为参数, 首先通过解析方法求得混凝土的裂缝亚临界扩展量  $\Delta a_c$ , 然后计算等效断裂韧度  $K_{Ic}^{m}$ 。

### 2.1 计算原理及迭代法求解 $\Delta a_c$

文献[4]提出了剔除  $CTOD$  量测值的非线性部分, 而由线性的  $CTOD_e$  求解有效裂缝长度  $a_c$ , 进而求出等效的断裂韧度  $K_{Ic}^{m}$  的方法; 文献[5]采用窄条断裂区模型并假设线性的闭合力通过迭代求解了  $\Delta a_c$  及等效断裂韧度  $K_{Ic}^{m}$  的平均值。这里, 我们采用 Hillerborg 提出的虚拟裂缝模型<sup>[6]</sup>求得各组试件的  $\Delta a_c$  及  $K_{Ic}^{mi}$ 、 $K_{Ic}^{m}$ 。

根据虚拟裂缝模型, 计算采用如图 1(a)所示的力学模式。图中  $P$  为试验中测得的极限荷载,  $\Delta a_c$  为裂缝的亚临界扩展量,  $a_0$  为梁的初始缝长,  $h, t$ , 分别为试件的高度及厚度。根据迭加原理, 可将图 1(a)的力分解为图 1(b), 1(c)。对于图 1(b), 应力强度因子  $K_I$  的计算公式, 由文献[7]有:

$$K_{Ip} = 7.53 \frac{P}{t\sqrt{h}} \sec \frac{a\pi}{2h} \sqrt{tg \frac{a\pi}{2h}} \quad (1)$$

$$K_I = K_{Ip} - K_{I\sigma} \quad (2)$$

其中  $K_{Ip}$  为由集中荷载  $P$  产生的应力强度因子,  $K_{I\sigma}$  为由闭合力  $\sigma(x)$  产生的应力强度因子。

而裂缝尖端的张开位移  $CTOD$  为<sup>[7]</sup>:

$$CTOD = \frac{P\Delta a}{tEa} (7.8 + 35.4tg^2 \frac{\pi a}{2h}) \quad (3)$$

其中  $a = a_0 + \Delta a$ ,  $E$  为材料弹性模量。

根据虚拟裂缝模型, 裂缝失稳扩展前存在着主裂缝的稳定扩展, 它的作用是缝端附近产生局部卸载, 缓解了缝端的应力集中程度, 削弱了缝端应力的奇异性, 其结果使缝端的应力强度因子有所降低, 其力学作用相当于扩展裂缝受到一个起粘聚作用的分布闭合力  $\sigma(x)$ , 此闭合力的大小可由虚拟裂缝模型的软化曲线  $\sigma-w$  来确定。对于图 1(c)所示的梁,

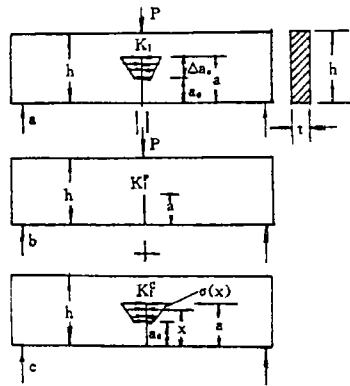


图 1 窄条区模型的计算模式

其应力强度因子  $K_{I\sigma}$  用文献[8]所给的公式计算:

$$K_{I\sigma} = \int_{a_0}^a 2\sigma(x)F\left(\frac{x}{a}, \frac{a}{h}\right) / \sqrt{\pi a} dx \quad (4)$$

式中

$$F\left(\frac{x}{a}, \frac{a}{h}\right) = \frac{3.52(1-\frac{x}{a})}{(1-\frac{a}{h})^{3/2}} - \frac{4.35-5.28\frac{x}{a}}{(1-\frac{a}{h})^{1/2}} + \left\{ \frac{1.30-0.3(\frac{x}{a})^{3/2}}{\sqrt{[1-(\frac{x}{a})^2]^{1/2}}} + 0.83-1.76\frac{x}{a} \right\} \cdot \left\{ 1 - \left(1 - \frac{x}{a}\right) \frac{a}{h} \right\} \quad (5)$$

而约束闭合力  $\sigma(x)$  由图 2 虚拟裂缝模型的应变软化曲线得出, 为简化,  $\sigma$  采用双线性模型:

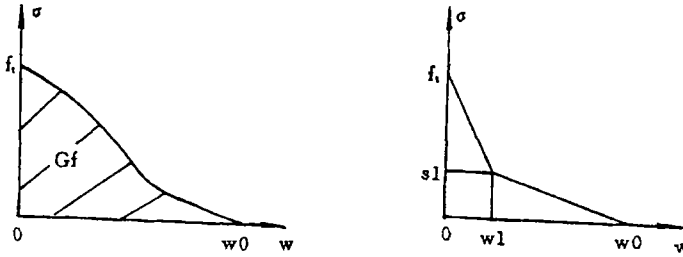


图 2 应变软化曲线

$$\sigma(w) = f_t - \frac{f_t - s_1}{w_1} w \quad (0 \leq w \leq w_1) \quad (6)$$

$$\sigma(w) = \frac{s_1}{w_1 - w_0} (w - w_0) \quad (w_1 \leq w \leq w_0) \quad (7)$$

其中:  $s_1 = \frac{f_t}{3}$ ,  $w_1 = 0.8 \frac{Gf}{f_t}$ ,  $w_0 = 3.6 \frac{Gf}{f_t}$ 。  $f_t, Gf$  分别为混凝土的抗拉强度及断裂能,  $w$  为裂缝张开位移, 它与  $x$  的关系为:

$$w = \frac{a-x}{\Delta a} CTOD \quad (8)$$

当裂缝处于临界状态时,  $P = P_{\max}$ ,  $a = a_c = (a_0 + \Delta a_c)$ ,  $\Delta a = \Delta a_c$ ,  $CTOD = CTOD_c$  所以:

$$K_{I\sigma} = \int_{a_0}^{a_c} 2\sigma(x)F\left(\frac{x}{a_c}, \frac{a_c}{h}\right) / \sqrt{\pi a_c} dx \quad (9)$$

$$K_{I\sigma}^m = 7.53 \frac{P_{\max}}{t\sqrt{h}} \sec\left(\frac{\pi a_c}{2h}\right) \sqrt{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi a_c}{2h}\right)} \quad (10)$$

$$CTOD_c = \frac{P_{\max} \cdot \Delta a_c}{tEa_c} [7.8 + 35.4 \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi a_c}{2h}\right)] \quad (11)$$

其中  $K_{Ic}^m$  为等效断裂韧度,  $K_{Ic}^c$  为由  $\sigma(x)$  产生的断裂韧度。当裂缝处于临界状态时:

$$K_{Ic}^{mi} = K_{Ic}^m - K_{Ic}^c \quad (12)$$

其中  $K_{Ic}^{mi}$  为砼起裂断裂韧度,它相当于裂缝从  $a_c$  由  $\sigma(x)$  闭合到  $a_0$  后的断裂韧度即裂缝起裂所需的断裂韧度。对于金属材料,根据 D-M 模型,由于裂缝尖端的塑性区较大,使得裂缝尖端的应力奇异性消失即  $K_I = K_{Ip} - K_{Ic} = 0$ ,而混凝土为半脆性材料,由闭合压应力产生的负应力强度因子不能完全抵消由拉应力产生的应力强度因子,因此  $K_I \neq 0$ ,裂缝仍需经过起裂、稳定扩展、然后失稳破坏。

由上式各方程不能直接解出  $\Delta a_c$  及  $K_{Ic}^m$  值,因为式(3)为非线性方程,故要求  $\Delta a_c$  时需用迭代法来计算。计算步骤如下:

(1) 先假定  $\Delta a_c$ ,  $a_c$  值(第一次计算可由  $a_0$  值作一个估计),将实测得最大荷载和假定的  $\Delta a_c$ ,  $a_c$  值代入方程(3),求得 CTOD 值;

(2) 将求出的 CTOD 值与实测的 CTOD<sub>c</sub> 值作比较,若大于给定的允许误差,则增加  $\Delta a_c$  的值,重复上述过程;

(3) 若求出的 CTOD 值与 CTOD<sub>c</sub> 相比较小于给定的允许误差,则输出  $\Delta a_c$ ,  $a_c$  值;

(4) 将求出的  $a_c$  值及实测的 CTOD<sub>c</sub> 及  $P_{max}$  值代入式(10),计算出等效断裂韧度  $K_{Ic}^m$ ;

(5) 将求出的  $a_c$  代入式(9),对式(9)进行积分(可利用切比雪夫积分),求出  $K_{Ic}$ ;

将步骤(4), (5)求出的  $K_{Ic}^m$ ,  $K_{Ic}$  代入式(12),求出起裂断裂韧度  $K_{Ic}^{mi}$ ;

其中,式(4)里的被积函数  $F(\frac{x}{a}, \frac{a}{h})$  在  $x=a$  点处奇异,因此应首先将  $F(\frac{x}{a}, \frac{a}{h})$  进行变换。若

令  $x = a \sin t$ , 则  $dx = a \cos t dt$  即可消除  $F(\frac{x}{a}, \frac{a}{h})$  的奇异性。由于积分式(4)不能求出解析解,

只能采用数值积分法,根据以上求解步骤,我们编制了计算程序。

## 2.2 计算结果及分析

计算数据取自文献[5],各试件的尺寸等参数见表 1。其中各组试件的 CTOD<sub>c</sub> 为 0.0228mm, 抗拉强度  $f_t$  为 2.79MPa, 弹性模量  $E$  为 32.4Gpa。

表 1 试件参数

试件编号	试件尺寸(l × t × h) (mm)	最大荷载 $P_{max}$ (N)	初始缝长 $a_0$ (mm)	断裂能 $G_f$ (N/m)	试件数
V1	2500 × 600 × 600	45122	240	442.6	3
V2	1700 × 400 × 400	23625	160	284.7	2
V3	1300 × 300 × 300	15125	120	201.2	3
V4	900 × 200 × 200	7051	80	152.6	3
H1	1300 × 150 × 300	7883	120	165.2	3
H2	1300 × 150 × 250	6139	100	155.2	2
H3	1300 × 150 × 200	5033	80	142.8	3
H4	1300 × 150 × 150	4074	60	136.1	3

根据试件尺寸及给出的  $CTOD_c$ ,  $f_t$ ,  $E$  等参数, 通过迭代求解可计算出  $\Delta a_c$ 、 $K_{Ic}^{ini}$  及  $K_{Ic}^{un}$  等值。具体计算结果见表 2。

表 2  $K_{Ic}^{un}$  等参数计算结果

试件编号	$K_{Ic}$ (MPa $\sqrt{m}$ )	$\Delta a_c$ (mm)	$K_{Ic}^{ini}$ (MPa $\sqrt{m}$ )	$K_{Ic}^{un}$ (MPa $\sqrt{m}$ )	按 $P_{max}$ , $a_0$ 计算的 $K_{Ic}$ (MPa $\sqrt{m}$ )
V1	0.4670	66.3	0.6017	1.0687	0.987
V2	0.4929	52.5	0.6067	1.0996	0.846
V3	0.4874	43.8	0.6514	1.1388	0.758
V4	0.5612	36.4	0.5459	1.1071	0.650
平均值	0.5022		0.6014	1.1036	
均方差	0.0409		0.0432	0.0288	
变异系数	0.0815		0.0719	0.0261	
H1	0.4429	42.6	0.7284	1.1713	0.828
H2	0.5330	41.6	0.5545	1.0875	0.758
H3	0.5816	37.4	0.4927	1.0743	0.694
H4	0.6239	31.5	0.4710	1.0949	0.687
平均值	0.5453		0.5617	1.1070	
均方差	0.0778		0.1167	0.0437	
变异系数	0.1425		0.2077	0.0395	

从表 2 中可以看出, 按最大荷载  $P_{max}$  及初始缝长  $a_0$  求得的  $K_{Ic}$  值存在着明显的尺寸效应, 随着试件尺寸的增加而明显增加; 从表 2 中还可以发现, 砼在失稳断裂前裂缝有较大的亚临界扩展阶段, 其扩展量最大的可达 66.3mm。采用虚拟裂缝模型求得的砼的起裂断裂韧度  $K_{Ic}^{ini}$ 、失稳断裂韧度  $K_{Ic}^{un}$  是一个与试件尺寸无关的断裂参数。

### 3 结论

通过本文的研究, 可得到以下几点结论:

- 1、采用最大荷载  $P_{max}$  及初始缝长  $a_0$  按线弹性断裂力学公式求得的混凝土断裂韧度  $K_{Ic}$  值存在着明显的尺寸效应, 随着试件尺寸的增加  $K_{Ic}$  的值增大。
- 2、由虚拟裂缝模型将  $CTOD_c$  作为控制参数求得的砼  $K_{Ic}^{un}$ 、 $K_{Ic}^{ini}$  在试验范围内是一个与试件尺寸无关的断裂参数。
- 3、产生混凝土断裂韧度尺寸效应的主要原因是混凝土失稳断裂前存在着较大裂缝的亚临界扩展量  $\Delta a_c$ 。

## 参考文献:

- [1] Kaplan, M. F. Crack propagation and the fracture of concrete[J]. Journal of American Concrete Institute, 1961, 58(5):591-610.
- [2] Kesler, C. E, D. J. Naus and J. L. Lott. Fracture mechanics-its applicability to concrete[J]. Mechanical Behavior of Materials, The Society of Materials Science, 1972, (4):113-124.
- [3] 徐世烺, 赵国藩. 巨型试件断裂韧度和高砗坝裂缝评定的断裂韧度准则[J]. 土木工程学报, 1991, 24(2): 1-9.
- [4] Y S Jenq and S P Shah. Two parameter fracture model for concrete[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1985, 111(10): 1227-1241.
- [5] 徐世烺, 赵国藩. 窄条断裂区模型及试件尺寸对断裂韧度的影响[J]. 大连理工大学学报, 1993, 33(1): 57-64.
- [6] Hillerborg, A., et al. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements[J]. Cement and Concrete Research, 1976, 6(6):773-782.
- [7] 陈箴, 蔡其巩, 王仁智. 工程断裂力学[M]. 北京: 国防工业出版社, 1977.
- [8] 中国航空研究院主编. 应力强度因子手册[M]. 北京: 科学出版社, 1981.

## THE EFFECTIVE FRACTURE TOUGHNESS OF CONCRETE BASED ON FICTITIOUS CRACK MODEL

WU Zhi-min, WANG Jin-lai, XU Shi-lang, LIU Yi

(State Key Laboratory of Coastal & Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, 116024)

**Abstract:** Based on the fictitious crack model and critical crack tip opening displacement  $CTOD_c$ , the precritical crack propagation length  $\Delta a_c$  of concrete was determined by means of three point bending beams. According to the calculation value of  $\Delta a_c$ , the effective fracture toughness  $K_{Ic}^{em}$  of concrete was evaluated. It is shown that  $\Delta a_c$  increases with the increase of the concrete specimen size, but  $K_{Ic}^{mi}$  and  $K_{Ic}^{em}$  are size-independent and can be considered as fracture parameters of concrete. It is also found that the linear elastic fracture toughness criteria are applicable to the crack evaluation of concrete structures.

**Key words:** concrete; crack; fracture toughness; fictitious crack model