

文章编号: 1000-4750(2000)05-023-09

内参型附加非协调 位移基本项的推导和应用

张春生, 龙驭球, 须寅

(清华大学土木系, 北京 100084)

摘 要: 在协调元位移模式基础上附加内参项是构造非协调元的一种常用方法。目前一般是先假设非协调位移模式(不能保证其通过小片试验), 然后按照一定的方法进行修改, 从而形成能够保证收敛的非协调位移场, 可是构造过程往往较复杂。本文从广义协调条件出发, 首次推导了平面问题内参任意阶次附加非协调位移基本项通用公式, 形式简单, 便于工程人员直接应用于工程实践。根据通用公式, 本文以 Q8 协调元为基础, 发展了一个新的非协调元 Q8I2, 数值试验表明它能够保证收敛, 有较高精度, 抗畸变能力强, 从而证明了本文方法的可行性。

关键词: 非协调元; 内参; 附加位移基本项; 广义协调元

中图分类号: O241.82 文献标识码: A

1 引言

由于计算方便, 等参元广泛应用于四边形平面单元中, 最初人们采用的是协调元模型。1973年, Wilson^[1]推导了第一个非协调元模型—Q6单元, 在模拟单元弯曲变形时显著优于一般的协调元, 引起人们的广泛关注。后来, 人们发现 Q6单元在非平行四边形剖分时不能通过分片检验, 这导致人们开始深入研究非协调元模式的收敛性。1976年, Taylor^[2]等人对 Q6单元进行修改, 由此得到可以通过分片检验的新单元(QM6), 并保留了 Q6单元的高精度特点。Taylor 采用的修改方法是在生成单元刚度矩阵时, 采用了修正的数值积分形式, 但这种方法显得“刚硬”, 应用起来有不便之处。

以 Wilson 的 Q6 单元出现为标志, 近三十年来, 人们对非协调元的收敛性, 构造方式进行了深入的探索研究, 取得了丰富的成果。各种保证通过分片试验的高精度非协调元层出不穷: 如 Pian^[3]的杂交应力元, 龙驭球的广义协调元, 陈万吉的拟协调元, 钟万勰的理性有限元等等。这些成果都大大促进了非协调元研究的发展。

但对于普通的工程人员来说, 由于上述文献中非协调元的推导过程比较复杂, 难于深入理解单元的机理, 因此限制了这些高效非协调元在工程实践中的应用。

以比较简单的位移型非协调元为例, 构造方式一般如下: 作者首先提出假设的非协调

收稿日期: 1999-06-02

作者简介: 张春生(1975), 男, 黑龙江省伊春市人, 讲师, 博士研究生

- [16] 陈万吉, 杨晓林. 广义协调元的变分基础及几何不变性[J]. 计算结构力学及其应用, 1992,9(3):245-252.
- [17] 龙驭球. 新型有限元引论[M]. 北京: 清华大学出版社, 1992.
- [18] 龙驭球, 黄民丰. 广义协调等参元[J]. 应用数学和力学, 1988,9(10):871-877.
- [19] 吴长春, 卞学镛. 非协调数值分析与杂交元方法[M]. 北京: 科学出版社, 1997.
- [20] Wu Changchun, Huang Maoguang and Theodore H H Pian. Consistency condition and convergence criteria of incompatible elements: general formulation of incompatible functions and its application[J]. Computers & Structures, 1987,27(5):639-644.
- [21] 焦兆平, 吴长春, 黄茂光. 内参型非协调元位移试解完备性的研究[J]. 中国科学技术大学学报, 1992,22(3):308-316.
- [22] Wu Changchun, Y K Cheung. Numerical stability and constitution analysis of I -type incompatible elements[J]. Int. J. Num. Meth. Eng., 1991,31:1669-1682.
- [23] 王勖成, 邵敏. 有限单元法基本原理和数值方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 1997.
- [24] 纪峥, 刘泽佳, 赵伟. 平面理性八节点曲边四边形有限元 RCQ8[J]. 大连理工大学学报, 2000,40(1):40-44.
- [25] R H MacNeal and R L Harder. A proposed standard set of problems to test finite element accuracy[J]. Finite Elements in Analysis and Design, 1985, 1:3-20.

BASIC FORMULATIONS OF ADDITIONAL INCOMPATIBLE DISPLACEMENT ON INTERNAL PARAMETERS: DERIVATION AND APPLICATION

ZHANG Chun-sheng , LONG Yu-qiu , XU Yin

(Department of Civil Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084)

Abstract: In order to constitute an incompatible element, it is a familiar method to use additional internal parameters based on compatible displacement field. In detail, at present, an incompatible displacement mode (not sure to pass patch test) is assumed firstly, then it is modified by some existent method, so a new incompatible mode which can pass patch test is produced. But these kinds of modifying existent methods are usually complex. From the theory of Generalized Conforming Element, for the first time this paper derives general basic formulations of additional displacement on internal parameters about arbitrary high orders of local coordinates in plane problem, which is simple for engineer to apply in practice. Also, according to these basic formulations, a new incompatible element named $Q8I2$ on basis of $Q8$ element is developed in this paper. Numerical examples show feasibility of the basic formulations since this new element can pass patch test, has higher accuracy and less sensitivity to geometric distortion.

Key words: incompatible element; internal parameters; additional displacement basic formulations; generalized conforming element