文章编号: 1000-4750(2002)05-160-05

# 计入应力偶效应和空化效应的滑动轴承 热流体动力润滑数值研究

# 王晓力,朱克勤

(清华大学工程力学系. 北京 100084)

摘 要:基于应力偶理论和 Elrod 空化算法建立了滑动轴承热流体动力润滑数学模型,数值求解了应力偶流体的 Reynolds 方程、油膜能量方程及轴瓦热传导方程,考察了应力偶效应对滑动轴承热流体动力润滑性能产生的影响。 结果表明:应力偶流体明显地提高了油膜压力,降低了轴承摩擦系数,同时也使端泄流量和轴承的温度场有所改 变。

关键词: 滑动轴承; 应力偶流体; 润滑; 热效应; 空化 中图分类号: TH 113.31 文献标识码: A

## 1 引言

实验研究表明<sup>[1]</sup> 在轴承中加入添加剂后可以 改善摩擦副的润滑性能。由于带有添加剂的润滑油 会表现出与牛顿流体不同的力学特性 比如应力张 量呈现出非对称性和存在应力偶等 如何通过恰当 的理论模型来分析以上现象是当今润滑理论研究 的前沿问题之一<sup>[2]</sup>。

应力偶流体的本构方程由 Stokes<sup>[3]</sup>首先建立, 它适用于粘性基液中混有固体微粒的悬浮液,比如 零场强中的电流变液、含有添加剂的润滑油等。迄 今为止,该模型在润滑问题的计算中仍限于等温假 设且没有考虑空化效应<sup>[4]</sup>。在轴承实际工作中,润 滑油温度由于粘性耗散而升高,这会导致粘度和轴 承其它性能的改变,因此热效应是一个应该考虑的 重要因素。本文将基于应力偶流体理论建立包括热 效应在内的滑动轴承的润滑分析模型和控制方程, 并利用 Elrod<sup>[5]</sup>的空化算法对全流场统一进行求解, 旨在研究润滑问题中应力偶效应对压力、温度及其 它性能参数的影响。

## 2 物理数学模型

考虑应力偶流体润滑的稳载轴承(见图 1)。轴瓦 固定,当轴颈处于偏心位置时,轴颈表面和轴承内 壁形成收敛和发散两个区域。在收敛区,由于轴颈 旋转运动使得润滑膜内产生了流体动压,并与外载 达到平衡,在发散区,由于油膜压力的急剧下降致 使油膜产生空化。图 1 中w为轴颈的旋转角速度,  $R_{bi}$ 为轴套内壁半径, B 为轴承宽度, e 为偏心距, e=e/C,  $e \in C$ 分别为偏心率和半径间隙,轴瓦顶 部沿轴向开有一条狭缝油槽,油槽处供油压力为  $p_s$ , d, q分别是连心线及轴承上任意一点与油槽 处基准线之间的夹角,油膜厚度 h 的几何近似关系 为:

$$h(\boldsymbol{q}) = C[1 + \boldsymbol{e}\cos(\boldsymbol{q} - \boldsymbol{d})] \tag{1}$$

2.1 基于应力偶模型的 Reynolds 方程

建立柱坐标系(*r*,**q**,*z*),原点位于轴套中心。作 变量代换

$$x = R_{\rm bi} \boldsymbol{q}, \quad y = R_{\rm bi} - r \tag{2}$$

采用类似文献[6]的思路,求解应力偶流体的动 量方程,得到速度分布代入不可压缩流体的连续方 程,并沿油膜方向积分得到关于油膜压力的

收稿日期: 2001-03-22;

基金项目:高等学校博士学科点专向科研基金(2000000310)。中国博士后科学基金

作者简介: 王晓力(1965), 女, 安徽芜湖市人, 博士后, 主要从事润滑理论与摩擦学设计研究

朱克勤(1946) 男 江苏吴县人 教授 博士 博士生导师 从事流体力学研究

Reynolds 方程:

 $\partial x$ 

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\mathbf{r}}{\mathbf{m}_{\text{Av}}} \mathbf{y}(L,h) \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{\mathbf{r}}{\mathbf{m}_{\text{Av}}} \mathbf{y}(L,h) \frac{\partial p}{\partial z} \right]$$
(3)  
=  $6U \frac{\partial (\mathbf{r}h)}{\partial z} + 12 \frac{\partial (\mathbf{r}h)}{\partial z}$ 

其中p是油膜压力, **r**是密度, U是轴颈线速度, t

∂t



参数,  $m_{uv}$ 是沿膜厚方向的润滑剂平均粘性系数, 而  $y(L,h) = h^3 - 12L^2h + 24L^3 \tanh(h/2L)$  (4)

是时间, L 是与应力偶流体中颗粒尺度大小有关的



图 1 滑动轴承的物理模型

Fig.1 Physical model of journal bearing

应该指出的是文献[6]给出的 Reynolds 方程适 用于等温情况下的应力偶流体的动载滑动轴承,由 于本文的特色是要进一步研究热效应的作用,除了 要增加能量方程和热传导方程外,在 Reynolds 方程 (3)中还使用了沿膜厚方向的润滑剂平均粘性系数 的概念。此外,由于本文研究的是稳载轴承的润滑 问题,轴颈线速度 *U* 是一个常数;而在 Reynolds 方程(3)中保留非定常项,完全是所采用数值方法的 需要。

为了能对全油膜区和空化区进行统一的计算 和确保两区边界处质量连续条件的满足,采用 Elrod 算法<sup>[5]</sup>,将压力和密度的关系写成:

$$p = p_c + \mathbf{b}_g(\mathbf{a}) \ln \mathbf{a} \tag{5}$$

其中  $p_{c}$ 是油膜空化压力, b 是弹性膜量。a在全油 膜区代表油膜密度与空化密度之比,这时开关函数 g(a) = 1;在空化区a代表油的体积分数,这时开关 函数 g(a) = 0。将(5)式代入(3)式并无量纲化得到:

$$\frac{\partial}{\partial q} \left( \frac{\overline{b}_{g}(a)\overline{y}(l,\overline{h})}{\overline{m}_{v}} \cdot \frac{\partial a}{\partial q} \right) + \frac{\partial}{\partial \overline{z}} \left( \frac{\overline{b}_{g}(a)\overline{y}(l,\overline{h})}{\overline{m}_{v}} \cdot \frac{\partial a}{\partial \overline{z}} \right)_{(6)}$$

$$= 6 \frac{\partial}{\partial q} (\overline{h} a) + 12 \frac{\partial(\overline{h} a)}{\partial \overline{t}}$$

$$\vec{x} \mathbf{p}: \mathbf{q} = x/R, \quad \overline{z} = z/R, \quad \overline{h} = h/C, \quad \mathbf{w} = U/R,$$

$$l = L/C, \quad \overline{b} = bC^{2} / m_{0}R^{2}\mathbf{w}, \quad \overline{m}_{av} = m_{av} / m_{0}, \quad \overline{t} = \mathbf{w},$$

$$R \text{ tags#A2, } m_{0} \text{ thas a tage transformation and } \overline{y}(l,\overline{h}) = \overline{h}^{3} - 12l^{2}\overline{h} + 24l^{3} \tanh(\overline{h}/2l)$$

$$\mathbf{a}_{q=d} = \exp[(\overline{p}_{s} - \overline{p}_{c}) / \overline{\mathbf{b}}]$$
$$\mathbf{a}_{\overline{z=\pm}\frac{B}{1-z}} = \exp[(\overline{p}_{a} - \overline{p}_{c}) / \overline{\mathbf{b}}]$$
(8)

其中  $\bar{p}_a$ 、  $\bar{p}_c$ 和  $\bar{p}_s$ 分别为无量纲环境压力、空化压力和供油压力。

2.2 基于应力偶模型的油膜能量方程

稳载轴承油膜的温度分布由能量方程控制,基 于应力偶模型的无量纲能量方程可表示成<sup>[7]</sup>:

$$P_{e}(\overline{\boldsymbol{r}}\overline{\boldsymbol{u}}\frac{\partial\overline{T}}{\partial\boldsymbol{q}}+\overline{A}\frac{\partial\overline{T}}{\partial\overline{y}}+\overline{\boldsymbol{r}}\overline{\boldsymbol{w}}\frac{\partial\overline{T}}{\partial\overline{z}})=\frac{1}{\overline{h}^{2}}\cdot\frac{\partial^{2}\overline{T}}{\partial\overline{y}^{2}}+\overline{O}$$
(9)

其中

$$\begin{split} \overline{O} &= \frac{\boldsymbol{m}_{e}R^{2}\boldsymbol{w}^{2}}{K_{f}T_{0}} \cdot \frac{\overline{\boldsymbol{m}}}{\overline{h}^{2}} \left[ \left( \frac{\partial \overline{u}}{\partial \overline{y}} \right)^{2} + \left( \frac{\partial \overline{w}}{\partial \overline{y}} \right)^{2} \\ &- \frac{l^{2}}{\overline{h}^{2}} \left( \frac{\partial \overline{u}}{\partial \overline{y}} \frac{\partial^{3}\overline{u}}{\partial \overline{y}^{3}} + \frac{\partial \overline{w}}{\partial \overline{y}} \frac{\partial^{3}\overline{w}}{\partial \overline{y}^{3}} \right) \right] \quad , \\ P_{e} &= \frac{\tilde{n}_{0}c_{f}\boldsymbol{w}C^{2}}{K_{f}} \\ \overline{A} &= -\frac{1}{\overline{h}} \left[ \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{q}} \left( \overline{h} \int_{0}^{\overline{y}} \overline{\boldsymbol{r}} \overline{\boldsymbol{u}} d\overline{y} \right) + \frac{\partial}{\partial \overline{z}} \left( \overline{h} \int_{0}^{\overline{y}} \overline{\boldsymbol{r}} \overline{w} d\overline{y} \right) \right] \end{split}$$

式中 y = y/h,  $c_f$ ,  $K_f$ 分别为流体的比热和导热 系数,  $\overline{u}$ 、  $\overline{w}$ 分别为流体在 x、z方向上的无量纲速 度分量;  $\overline{T}$ ,  $\overline{r}$ 分别为流体的无量纲温度和密度,  $r_0$ 为进油温度  $T_0$ 下流体的密度。

2.3 轴瓦热传导方程

本文假设轴颈等温,而轴瓦的温度场由以下热

(4)

传导方程控制

$$\frac{\partial^2 \overline{T}_{\rm b}}{\partial \overline{R}_{\rm b}^2} + \frac{1}{\overline{R}_{\rm b}} \frac{\partial \overline{T}_{\rm b}}{\partial \overline{R}_{\rm b}} + \frac{1}{\overline{R}_{\rm b}} \frac{\partial^2 \overline{T}_{\rm b}}{\partial \boldsymbol{q}^2} + \frac{\partial^2 \overline{T}_{\rm b}}{\partial \overline{z}^2} = 0 \quad (10)$$

式中 $\overline{R}_b = R_b / R_{bi}$ ,  $R_b$ 为轴瓦径向坐标,  $\overline{T}_b$ 为无量 纲轴瓦温度。

求解能量方程和轴瓦热传导方程采用以下边 界条件<sup>[7-8]</sup>:

① 进油槽处  
$$\overline{T}|_{q=d} = \overline{T}_{mix}$$
 (11)

② 油-轴颈交界面处

$$\overline{q} = \int_{0}^{2\delta} \frac{\boldsymbol{a}_{\mathrm{T}}}{\overline{h}} \frac{\partial \overline{T}}{\partial \overline{y}} \Big|_{\overline{y}=1} \mathrm{d}\boldsymbol{q} = 0$$
(12)

- ③ 油-轴瓦交界面处  $\frac{\partial \overline{T}_{b}}{\partial \overline{R}_{b}}\Big|_{\overline{R}_{b}=1} = -\frac{\mathbf{a}_{T}K_{f}}{K_{b}}\frac{R_{bi}}{C}\frac{1}{\overline{h}}\frac{\partial \overline{T}}{\partial \overline{y}}\Big|_{\overline{y}=0} \quad (13)$
- ④ 轴瓦背面-环境交界面处  $\frac{K_b}{R_{bi}} \frac{\partial \overline{T}_b}{\partial \overline{R}_b} \bigg|_{\overline{R}_b = \overline{R}_{bo}} = -h_b (\overline{T}_b \bigg|_{\overline{R}_b = \overline{R}_{bo}} - \overline{T}_a) \quad (14)$

$$\frac{K_b}{R_{bi}} \frac{\partial T_b}{\partial \overline{z}} \bigg|_{\overline{z}=\pm \frac{B}{2R}} = -h_b \left(\overline{T_b} \right|_{\overline{z}=\pm \frac{B}{2R}} - \overline{T_a} \right) \quad (15)$$

式中 $\bar{T}_{mix}$ 为进油槽处无量纲混油温度, $\bar{T}_a$ 为无量纲 环境温度, $K_b$ 、 $h_b$ 分别为轴瓦的导热系数和换热 系数, $\bar{R}_{bo}$ 为无量纲轴套外壁半径。 $a_T$ 定义为:当  $a \ge 1$ 时 $a_T = 1$ 、当a < 1时 $a_T = a$ 。

2.4 粘温方程

润滑油的粘-温关系采用以下表达式<sup>[9]</sup>  
$$\overline{\boldsymbol{m}}$$
= 3.287-3.064 $\overline{T}$  + 0.777 $\overline{T}^2$  (16)

2.5 轴承承载力的计算
 无量纲轴承承载力 W 及其方位角 f 可由下式
 计算:

$$\overline{W} = \sqrt{\overline{W_1}^2 + \overline{W_2}^2}, \quad \mathbf{f} = \arcsin\left(\frac{\overline{W_2}}{\overline{W}}\right)$$
 (17)

$$\overline{W}_{1} = -\int_{0}^{\frac{B}{2R}} \int_{0}^{2\delta} \overline{p} \cos \boldsymbol{q} \, \mathrm{d}\boldsymbol{q} \mathrm{d}\overline{z} \quad , \quad \overline{W}_{2} = -\int_{0}^{\frac{B}{2R}} \int_{0}^{2\delta} \overline{p} \sin \boldsymbol{q} \, \mathrm{d}\boldsymbol{q} \mathrm{d}\overline{z}$$
(18)

2.6 轴承摩擦系数的计算

无量纲摩擦力 $\overline{F}_f$ 及摩擦系数f由下式求出:

$$\overline{F}_{f} = \int_{0}^{\frac{B}{2R}} \int_{0}^{2\delta} \left[ \overline{\boldsymbol{m}} \left( \frac{1}{\overline{h}} + \frac{\overline{h}}{2\overline{\boldsymbol{m}}} \frac{\partial \overline{p}}{\partial \boldsymbol{q}} \right) \right] \mathrm{d}\boldsymbol{q} \mathrm{d}\overline{z}$$

$$f = \frac{\overline{F}_{f}}{\overline{W}} \frac{R}{C}$$
(19)

2.7 轴承端泄流量的计算 轴承端泄流量可由下式求出:

$$Q_{leak} = \frac{-CR^2 \mathbf{w}}{6} \int_{0}^{2\bar{\delta}} \frac{1}{\bar{\mathbf{m}}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} \bigg|_{\bar{z}=\frac{B}{2R}}$$

$$\cdot \{\bar{h}^3 - 12\bar{h}l^2 + 24l^3 \tanh(\frac{\bar{h}}{2l})\} \mathrm{d}\mathbf{q}$$
(20)

### 3 数值求解方法

控制方程采用有限差分法离散求解。油膜压力 的求解域沿周向及轴承半宽方向共有节点49×6 个,油膜及轴瓦温度场求解域沿周向、径向及轴承 半宽方向共有节点49×15×6个。压力及温度场的计 算交替进行,具体步骤如下:①任意给定一油膜 温度分布,根据下式求出沿膜厚方向的平均温度

$$\overline{T}_{av}(\boldsymbol{q},\overline{z}) = \int_{0}^{1} \overline{T}(\boldsymbol{q},\overline{y},\overline{z}) \mathrm{d}\overline{y}$$
(21)

然后通过式(16)求出相应的平均粘度分布 **m**<sub>x</sub>; ② 采用交替方向隐式(ADI)格式解 Reynolds 方程(6) 求出 a分布以及油膜压力分布新值;③ 采用步进扫 描法同时求解能量方程(9)及热传导方程(10),获得 油膜及轴瓦的温度场新值;④ 重复前面三个步骤, 不断由温度场新值求出压力分布新值,直到与前一 次压力计算结果的相对误差小于 0.1%时计算结束。

#### 4 计算结果与分析

本文根据所建立的数学模型进行了一系列数 值计算。下面将给出应力偶效应对滑动轴承压力分 布、温度分布、摩擦系数以及流量影响的一组典型 结果。具体工况参数为: B = 0.04 m, C = 1.45×10<sup>-4</sup> m, R = 0.05m,  $c_f = 2000 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C}$ ,  $R_b = 0.1$ m,  $h_b = 80 \text{ W/m}^{2\circ}\text{C}$ ,  $K_a = 0.025 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}$ ,  $K_b = 250 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}$ ,  $K_f = 0.13 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}$ , n = 3000 rpm,  $P_0 = 7 \times 10^4$  Pa,  $T_0 = 40^{\circ}\text{C}$ ,  $d = 18^{\circ}$ .





图 2 表明:用应力偶流体润滑的轴承油膜压力 与牛顿流体润滑相比有了明显提高。图中 e=0.6 *z*=0.0 比如,当应力偶参数 *l*=0.2 时,最大油膜 压力比 *l*=0.0 (牛顿流体)时提高了近 1.3 倍。图 3 是 取不同偏心率和不同应力偶参数值的承载力曲线,



图 3 不同应力偶参数对承载力的影响

Fig.3 Effect of different values of couple stress parameter on load capacity

可以看出,随着应力偶参数 / 的增大,润滑油中高 聚物分子链长度的增加,轴承的承载力也随之提 高。同时还可以发现:轴承的偏心率越大,应力偶 参数对承载力的影响也越为显著。





Fig.4 Effect of different values of couple stress parameter on temperature distribution



图 5 不同应力偶参数对摩擦系数的影响

Fig.5 Effect of different values of couple stress parameter on friction coefficient

图 4 显示出不同的应力偶参数对油膜及轴瓦温 度场分布的影响,右图为应力偶流体(*l*=0.4),左 图为牛顿流体; e, *ī* 值同图 2。图中表明:当润滑油





Fig.6 Effect of different values of couple stress

#### parameter on side leakage flow

为应力偶流体时,油膜及轴瓦的温度场等值线形态 与牛顿流体情形非常类似,温度最高值都出现在 *q*≈ 200°附近,但应力偶流体温度的大小与牛顿流 体有所不同,最高温度值相差1°C以上。

图 5 表明:用应力偶流体润滑的轴承摩擦系数 比牛顿流体润滑有明显降低。比如,对于偏心率 *e*=0.3的情形,当应力偶参数*l*=0.4时,轴承的摩 擦系数比*l*=0.0 (牛顿流体)时降低了近 1.95 倍。

由图 6 可以看出:随着应力偶参数的增大,轴 承的端泄流量有所下降,但对于偏心率较小的情 形,应力偶参数对轴承端泄流量的影响并不明显。

5 结论

本文基于应力偶流体理论和空化算法研究了 应力偶效应对有限长滑动轴承热流体动力特性的 影响。考察了牛顿流体和应力偶流体对轴承压力分 布、温度分布、轴承承载力以及摩擦系数和端泄流 量所产生的不同影响。结果表明:采用应力偶流体 润滑的轴承,其摩擦系数比牛顿流体润滑有明显降 低,而承载能力有明显提高;此外,应力偶效应对 轴承的温度分布和端泄流量也有一定的影响。

#### 参考文献:

- D R Oliver. Load enhancement effects due to polymer thickening in a short model journal bearing[J]. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 1988,30: 185-196.
- [2] J R Lin. Static and dynamic characteristics of externally pressurized circular step thrust bearings lubricated with couple stress fluids[J]. Tribology International, 1999,32: 207-216.
- [3] V K Stokes. Couple stresses in fluids[J]. The Physics of

Fluids, 1966; 9: 1709-1715.

- [4] U M Mokhiamer, W A Crosby, H A El-Gamal. A study of a journal bearing lubricated by fluids with couple stress considering the elasticity of the liner[J]. Wear, 1999, 224: 194-201.
- [5] H G Elrod. A cavitation algorithm[J]. ASME Journal of Lubrication Technology, 1981,103: 350-354.
- [6] 王晓力,朱克勤.基于应力偶流体模型的动载 Reynolds 方程[A].力学与工程应用(第八卷)[C].杜庆 华,主编,北京:中国林业出版社,2000.
  X L Wang, K Q Zhu. Dynamic Reynolds equation based on a model of couple stress fluids [A]. Mechanics and its application in engineering (Vol.8)[C]. Edited by Qing-Hua Du, Beijing: Chinese Forestry Press, 2000.
- [7] X L Wang, K Q Zhu, SZ Wen. Thermohydrodynamic analysis of journal bearings lubricated with couple stress fluids[J]. Tribology International (in press), 2001,34:335-343.
- [8] D Vijayaraghavan, T G Keith jr, D E Brewe. Effect of lubricant supply starvation on the thermohydrodynamic performance of a journal bearing[J]. Tribology Transactions, 1996, 39: 645-653.
- [9] J Ferron, J Fr ê ne, R Boncompain. A study of the thermohydrodynamic performance of a plain journal bearing comparison between theory and experiments[J]. ASME Journal of Lubrication Technology, 1983, 105: 422-428.

## A NUMERICAL STUDY OF THE THERMOHYDRODYNAMIC PERFORMANCE OF JOURNAL BEARINGS CONSIDERING THE EFFECTS OF COUPLE STRESS AND CAVITATION

#### WANG Xiao-li, ZHU Ke-qin

(Department of Engineering Mechanics, Tsinghua University, Beijing 100084)

**Abstract:** Based on the couple stress fluid model and Elrod's cavitation algorithm, a numerical model of the thermo-hydrodynamic lubrication of journal bearings is built up. The midified Reynolds equation and the midified energy equation of oil film together with the heat transfer equation of the bush are solved. The effects of couple stress on the thermohydrodynamic performance of a finite journal bearing are investigated. It is found that the couple stress fluids, compared with the Newtonian fluids, not only produce an obvious increase in load capacity and a decrease in friction coefficient, but also yield a change in the side leakage flow and the temperature field of oil and bush.

Key words: journal bearing; couple stress fluid; lubrication; thermal effect; cavitation