文章编号:1000-4750(2002)06-098-07

## 约束层阻尼夹芯板动态特性分析

## 刘天雄<sup>1</sup>,华宏星<sup>2</sup>,石银明<sup>2</sup>,陈兆能<sup>2</sup>

(1. 北京空间飞行器总体设计部,北京100086; 2. 上海交通大学机械工程学院,上海200030)

摘要:本文给出了新的建立约束层阻尼薄板动力学模型的方法。粘弹性材料的本构关系随温度和频率变化,难以对粘弹结构进行动特性分析及控制研究,本文采用 GHM 方法描述弹性材料的本构关系,将粘弹性材料的动力特性描述与工程上最常用的有限元分析结合起来,建立了悬臂约束层阻尼板的动力学模型,计算了约束层阻尼夹芯悬臂板的模态参数,计算结果同其它方法相比,精度高且更接近于实验结果,同时与 ANSYS5.5 及 NASTRAN70.7 的计算结果基本一致,表明本文给出的方法是准确可靠的。

关键词:约束层阻尼板;有限元;动态特性;粘弹材料

中图分类号: O327, O345 文献标识码: A

增加结构阻尼可以降低结构振动水平,从而提高结构的可靠性<sup>[1]</sup>。应用约束层阻尼技术控制结构振动已经被广泛应用于工程实际中<sup>[2]</sup>,近年来主动约束层阻尼控制也引起了人们越来越多的注意<sup>[3]</sup>。

粘弹材料(VEM)的剪切模量随温度、频率的变化而变化,常用的VEM力学模型有五种<sup>[4]</sup>:复常数模量模型,复变模量模型,模态应变能模型,分数导数模型,GHM模型。合理的VEM的模型是建立约束层阻尼结构模型的关键。本文采用GHM方法描述VEM的动力学特性,并用有限元方法导出粘弹夹芯板的振动方程,所得二阶定常线性系统模型可进一步用于控制分析。

### 1 粘弹性材料的GHM模型

GHM模型由Golla和Hughes<sup>[6]</sup>提出,经McTavis h<sup>[7]</sup>改进,可以将粘弹结构的动力学模型表示成普通二阶线性模型,是一个能直接与有限元方法融合的 VEM建模技术。

对于线性 VEM,一维应力应变本构关系可用下面的 Stieltjes 卷积描述

$$\mathbf{s}(t) = G(t)\mathbf{e}(0) + \int_0^t G(t - \mathbf{t}) \frac{d}{d\mathbf{t}} \mathbf{e}(\mathbf{t}) d\mathbf{t}$$
 (1)

式中,当 $t \le 0$ 时,e = 0;G(t)是 VEM 的松弛函数, 代表材料的能量损失。式(1)两端进行拉氏变换得

$$\widetilde{\boldsymbol{s}}(s) = G^*(s)\widetilde{\boldsymbol{e}}(s) \qquad G^*(s) = s\widetilde{G}(s)$$
 (2)

式中:  $G^*(s)$  - 材料的切变模量函数

GHM 模型用一系列微振子项来表示材料的切变模量函数  $G^*(s)$ 

$$s\tilde{G}(s) = G^{\infty} \left[1 + \sum_{k=1}^{N} \mathbf{a}_{k} \frac{s^{2} + 2\hat{\mathbf{z}}_{k}\hat{\mathbf{w}}_{k}s}{s^{2} + 2\hat{\mathbf{z}}_{k}\hat{\mathbf{w}}_{k} + \hat{\mathbf{w}}_{k}^{2}}\right]$$
(3)

常数因子 $G^{\infty}$ 对应于切变模量的稳态值,每项微振子是由三个正常数 $\{a_k,\hat{w}_k,\hat{z}_k\}$ 确定的二阶有理函数,它们决定切变模量函数的特性。粘弹性材料的动力学性能一般在频域测定,在频域中通过曲线拟合而得到GHM模型参数。

### 2 约束层阻尼板的有限元模型

#### 2.1 单元模型

约束层阻尼板单元结构如图 1 所示。建模中假设: 讨论仅限于线弹性、粘弹性范围。 只考虑粘弹阻尼层的阻尼。 基板、约束层没有剪切变形。 不计转动惯量。 各层在厚度方向的任一点的横向位移(挠度)和转角相同。 层间的位移

图 1 约束层阻尼板(CLD)单元的几何结构

Fig.1 Finite element of a CLD plate

#### 2.2 基本位移关系

约束层阻尼板单元的位移关系如图2所示, $u_A$ 、 $u_B$ 分别表示VEM层的下与上两个顶端在x向的位移,由单元的运动关系可知

$$u_B = u_c + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\mathbf{d}_c}{2}$$
  $u_A = u_c + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\mathbf{d}_p}{2}$  (4)

VEM 层绕 y 轴的转角  $j_x$  为

$$\mathbf{j}_{x} = \frac{u_{B} - u_{A}}{\mathbf{d}_{y}} \tag{5}$$

由此得 VEM 层绕 y 轴转动产生的切应变  $b_x$  为

$$\boldsymbol{b}_{x} = \frac{u_{c} - u_{p}}{\boldsymbol{d}_{v}} - \frac{d}{\boldsymbol{d}_{v}} \frac{\partial w}{\partial x} \tag{6}$$

式中, $\mathbf{d}_{v}$ ,  $\mathbf{d}_{p}$ ,  $\mathbf{d}_{c}$  - VEM 层、基板、约束层的厚度,

$$d = \boldsymbol{d}_{v} + \frac{\boldsymbol{d}_{c}}{2} + \frac{\boldsymbol{d}_{p}}{2}$$

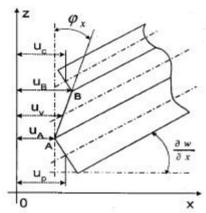


图 2 约束层阻尼板单元的位移关系

Fig.2 The deformation relation of a CLD element 根据前述假设及位移关系分析可知,粘弹材料层的平面位移(x向)为

$$u_v = \frac{1}{2} [(u_c + u_p) + (\frac{\boldsymbol{d}_c - \boldsymbol{d}_p}{2}) \frac{\partial w}{\partial x}]$$
 (7)

同理可得 VEM 层绕 x 轴转动产生的切应变  $b_x$  为

$$\boldsymbol{b}_{y} = \frac{v_{c} - v_{p}}{\boldsymbol{d}_{y}} - \frac{d}{\boldsymbol{d}_{y}} \frac{\partial w}{\partial y}$$
 (8)

粘弹材料层的平面位移(y向)为

$$v_v = \frac{1}{2} [(v_c + v_p) + (\frac{\boldsymbol{d}_c - \boldsymbol{d}_p}{2}) \frac{\partial w}{\partial v}]$$
 (9)

#### 2.3 单元的自由度及形函数

构造具有 4 个物理节点,每个节点 7 自由度(位移分量)的平面矩形约束层阻尼板单元,如图 1 所示,单元长度为 2ax2b,图中仅示意绘出该板单元一个节点的 7 个自由度。

单元的每个节点有7个位移分量 $u_v,v_c,u_p,v_p,w,q_x,q_y$ 分别表示板单元约束层面内及基板面内x向及y向位移、夹芯板的横向位移(挠度)、板单元绕x轴及y轴的转角。位移模式的关键是选择挠度的空间分布函数(插值函数)的表达式,它要满足在单元内的连续性,及挠度及其一阶导数(转角)在相邻单元公共边界上的连续性,假设它们的插值函数为

$$u_{c} = a_{1} + a_{2}x + a_{3}y + a_{4}xy$$

$$v_{c} = a_{5} + a_{6}x + a_{7}y + a_{8}xy$$

$$u_{p} = a_{9} + a_{10}x + a_{11}y + a_{12}xy$$

$$v_{p} = a_{13} + a_{14}x + a_{15}y + a_{16}xy$$

$$w = a_{17} + a_{18}x + a_{19}y + a_{20}x^{2} + a_{21}xy \qquad (10)$$

$$+ a_{22}y^{2} + a_{23}x^{3} + a_{24}x^{2}y + a_{25}xy^{2}$$

$$+ a_{26}y^{3} + a_{27}x^{3}y + a_{28}xy^{3}$$

$$\mathbf{q}_{x} = \frac{\partial w}{\partial y} \qquad \mathbf{q}_{y} = -\frac{\partial w}{\partial x}$$

#### 则,单元位移矢量为

$$\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 & u_4 \end{bmatrix}^T$$

单元的每个节点的节点位移矢量为

$$\boldsymbol{u}_i = [u_{ci} \quad v_{ci} \quad u_{pi} \quad v_{pi} \quad w_i \quad \boldsymbol{q}_{xi} \quad \boldsymbol{q}_{yi}]^T$$

式中i = 1,2,3,4

单元内任意点的位移可以由单元节点位移矢 量插值得到,即

$$\begin{bmatrix} u_c & v_c & u_p & v_p & w & \boldsymbol{q}_x & \boldsymbol{q}_y \end{bmatrix}^T = \boldsymbol{N}\boldsymbol{u} \quad (11)$$
 式中 $\boldsymbol{N}$  - 对应于单元节点 $\boldsymbol{7}$  个位移分量的形函数矩

式中N - 对应于单元节点7 个位移分量的形函数矩阵,N 的表达式为

$$N = [N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4 \quad N_5 \quad N_6 \quad N_7]^T$$

将形函数 N 代入式(7)及式(9),可得粘弹材料层的纵向位移 $u_{\nu}, v_{\nu}$ 的形函数为

$$N_{8} = \frac{1}{2}[(N_{1} + N_{3}) + (\frac{\boldsymbol{d}_{c} - \boldsymbol{d}_{p}}{2})(N_{7})]$$

$$N_{9} = \frac{1}{2}[(N_{2} + N_{4}) + (\frac{\boldsymbol{d}_{c} - \boldsymbol{d}_{p}}{2})(N_{6})]$$
(12)

将形函数代入式(6)及式(8),可得粘弹材料层的 切应变  $b_x$  和  $b_y$  的形函数为

$$N_{10} = \frac{1}{\boldsymbol{d}_{v}} [(N_{1} - N_{3}) + (\frac{\boldsymbol{d}_{c} - \boldsymbol{d}_{p}}{2} + \boldsymbol{d}_{v})(N_{7})]$$

$$N_{11} = \frac{1}{\boldsymbol{d}_{v}} [N_{2} - N_{4}) + (\frac{\boldsymbol{d}_{c} - \boldsymbol{d}_{p}}{2} + \boldsymbol{d}_{v})(N_{6})]$$
(13)

#### 2.4 单元运动方程

#### 2.4.1 约束层阻尼结构的动能

下面推导约束层阻尼板单元的动能,其中基板 层单元的动能为

$$T_{p} = \frac{1}{2} \mathbf{r}_{p} \mathbf{d}_{p} \int_{0}^{a} \int_{0}^{b} \int_{-\frac{\mathbf{d}_{p}}{2}}^{\frac{\mathbf{d}_{p}}{2}} \left[ \left( \frac{\partial u_{p}}{\partial t} \right)^{2} + \left( \frac{\partial v_{p}}{\partial t} \right)^{2} + \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^{2} \right] dx dy dz = \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{u}}^{T} \boldsymbol{m}_{0} \dot{\boldsymbol{u}}$$

中

$$\boldsymbol{m}_{p} = \boldsymbol{r}_{p} \boldsymbol{d}_{p} \int_{0}^{a} \int_{0}^{b} \int_{-\frac{\boldsymbol{d}_{p}}{2}}^{\frac{\boldsymbol{d}_{p}}{2}} [\boldsymbol{N}_{3}^{T} \boldsymbol{N}_{3} + \boldsymbol{N}_{4}^{T} \boldsymbol{N}_{4} + \boldsymbol{N}_{5}^{T} \boldsymbol{N}_{5}] dxdydz$$

约束层单元的动能为

$$T_{c} = \frac{1}{2} \mathbf{r}_{c} \mathbf{d}_{c} \int_{0}^{a} \int_{0}^{b} \int_{-\frac{\mathbf{d}_{c}}{2}}^{\frac{\mathbf{d}_{c}}{2}} \left[ \left( \frac{\partial u_{c}}{\partial t} \right)^{2} + \left( \frac{\partial v_{c}}{\partial t} \right)^{2} + \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^{2} \right] dx dy dz = \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{u}}^{T} \boldsymbol{m}_{c} \dot{\boldsymbol{u}}$$

式中

$$\boldsymbol{m}_{c} = \boldsymbol{r}_{c} \boldsymbol{d}_{c} \int_{0}^{a} \int_{0}^{b} \int_{-\frac{\boldsymbol{d}_{c}}{2}}^{\frac{\boldsymbol{d}_{c}}{2}} [\boldsymbol{N}_{1}^{T} \boldsymbol{N}_{1} + \boldsymbol{N}_{2}^{T} \boldsymbol{N}_{2} + \boldsymbol{N}_{5}^{T} \boldsymbol{N}_{5}] dxdydz$$

粘弹性阻尼层单元的动能为

$$T_{v} = \frac{1}{2} \mathbf{r}_{v} \mathbf{d}_{v} \int_{0}^{a} \int_{0}^{b} \int_{0}^{\frac{\mathbf{d}_{v}}{2}} \left[ \left( \frac{\partial u_{v}}{\partial t} \right)^{2} + \left( \frac{\partial v_{v}}{\partial t} \right)^{2} + \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^{2} \right] dx dy dz = \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{u}}^{T} \boldsymbol{m}_{v} \dot{\boldsymbol{u}}$$

式中

$$\boldsymbol{m}_{v} = \boldsymbol{r}_{v} \boldsymbol{d}_{v} \int_{0}^{a} \int_{0}^{b} \int_{-\frac{\boldsymbol{d}_{v}}{2}}^{\frac{\boldsymbol{d}_{v}}{2}} [\boldsymbol{N}_{8}^{T} \boldsymbol{N}_{8} + \boldsymbol{N}_{9}^{T} \boldsymbol{N}_{9} + \boldsymbol{N}_{5}^{T} \boldsymbol{N}_{5}] dx dy dz$$

以上各式中

 $\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_c, \mathbf{r}_v$  基板,约束层, VEM层的体密度。

#### 2.4.2 约束层阻尼结构的势能

根据经典板壳理论[8]可以推导出约束层阻尼 板单元的势能,其中基板层单元的势能为

$$\boldsymbol{U}_{p} = \frac{1}{2} \int_{0}^{a} \int_{0}^{b} \int_{-\frac{\boldsymbol{d}_{p}}{2}}^{\frac{\boldsymbol{d}_{p}}{2}} \boldsymbol{e}_{p}^{T} \boldsymbol{s}_{p} dx dy dz = \frac{1}{2} \boldsymbol{u}^{T} \boldsymbol{k}_{p} \boldsymbol{u}$$

式中

$$\mathbf{k}_{p} = \mathbf{d}_{p} \int_{0}^{a} \int_{0}^{b} \mathbf{B}_{p}^{T} \mathbf{D}_{p} \mathbf{B}_{p} dxdydz$$

$$+ \frac{\mathbf{d}_{p}^{3}}{12} \int_{0}^{a} \int_{0}^{b} \mathbf{B}^{T} \mathbf{D}_{p} \mathbf{B} dxdydz$$

$$B_{p} = \begin{bmatrix} N_{3,x} \\ N_{4,y} \\ N_{3,y} + N_{4,x} \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} N_{5,xx} \\ N_{5,yy} \\ 2N_{5,xy} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D}_{p} = \frac{E_{p}}{1 - \mathbf{m}_{p}^{2}} \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{m}_{p} & 1 \\ \mathbf{m}_{p} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \mathbf{m}_{p}}{2} \end{bmatrix}$$

约束层单元的势能为

$$\boldsymbol{U}_{c} = \frac{1}{2} \int_{0}^{a} \int_{0}^{b} \int_{-\frac{\boldsymbol{d}_{c}}{2}}^{\frac{\boldsymbol{d}_{c}}{2}} \boldsymbol{e}_{c}^{T} \boldsymbol{s}_{c} dx dy dz = \frac{1}{2} \boldsymbol{u}^{T} \boldsymbol{k}_{c} \boldsymbol{u}$$

土土

$$\mathbf{k}_{c} = \mathbf{d}_{c} \int_{0}^{a} \int_{0}^{b} \mathbf{B}_{c}^{T} \mathbf{D}_{c} \mathbf{B}_{c} dxdydz$$

$$+ \frac{\mathbf{d}_{c}^{3}}{12} \int_{0}^{a} \int_{0}^{b} \mathbf{B}^{T} \mathbf{D}_{c} \mathbf{B} dxdydz$$

$$\mathbf{B}_{c} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_{1,x} \\ \mathbf{N}_{2,y} \\ \mathbf{N}_{1,y} + \mathbf{N}_{2,x} \end{bmatrix} \mathbf{D}_{c} = \frac{E_{c}}{1 - \mathbf{m}_{c}^{2}} \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{m}_{c} & 1 \\ \mathbf{m}_{c} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \mathbf{m}_{c}}{2} \end{bmatrix}$$

粘弹性阻尼层单元的势能分平面内拉压变形 产生的应变势能和剪切应变势能两部分,其中面内 势能为

$$\boldsymbol{U}_{v} = \frac{1}{2} \int_{0}^{a} \int_{0}^{b} \int_{-\frac{\boldsymbol{d}_{v}}{2}}^{\frac{\boldsymbol{d}_{v}}{2}} \boldsymbol{e}_{v}^{T} \boldsymbol{s}_{v} dx dy dz = \frac{1}{2} \boldsymbol{u}^{T} \boldsymbol{k}_{ve} \boldsymbol{u}$$

式中

$$\boldsymbol{k}_{ve} = \boldsymbol{d}_{v} \int_{0}^{a} \int_{0}^{b} \boldsymbol{B}_{v}^{T} \boldsymbol{D}_{v} \boldsymbol{B}_{v} dx dy dz$$

$$+ \frac{\boldsymbol{d}_{v}^{3}}{12} \int_{0}^{a} \int_{0}^{b} \boldsymbol{B}^{T} \boldsymbol{D}_{v} \boldsymbol{B} dx dy dz$$

$$\boldsymbol{B}_{v} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{N}_{8,x} \\ \boldsymbol{N}_{9,y} \\ \boldsymbol{N}_{8,y} + \boldsymbol{N}_{9,x} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{D}_{v} = \frac{E_{c}}{1 - \boldsymbol{m}_{v}^{2}} \begin{bmatrix} 1 & \boldsymbol{m}_{v} & 1 \\ \boldsymbol{m}_{v} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \boldsymbol{m}_{v}}{2} \end{bmatrix}$$

剪切应变势能为

$$\boldsymbol{U}_{v\boldsymbol{b}} = \frac{1}{2} \int_{0}^{a} \int_{0}^{b} \int_{-\frac{\boldsymbol{d}_{v}}{2}}^{\frac{\boldsymbol{d}_{v}}{2}} (G\boldsymbol{b}_{xv}^{2} + G\boldsymbol{b}_{yv}^{2}) \, dxdydz = \frac{1}{2} \boldsymbol{u}^{T} \boldsymbol{k}_{v\boldsymbol{b}} \boldsymbol{u}$$

中た

$$\mathbf{k}_{vb} = \frac{G}{\mathbf{d}_{v}} \int_{0}^{a} \int_{0}^{b} (\mathbf{N}_{10}^{T} \mathbf{N}_{10} + \mathbf{N}_{11}^{T} \mathbf{N}_{11}) dxdy = G\mathbf{k}_{v}$$

以上各式中

 $E_p, E_c, G$  基板,约束层的弹性模量及粘弹材料层的切变模量

下标","对下标后的变量求导

#### 2.4.3 单元运动方程

根据 Hamilton 原理,可得单元的运动方程

$$m\ddot{u} + ku = F \tag{14}$$

式中 , F 单元广义外激励作用力

m 单元质量矩阵

$$m = m_p + m_c + m_v$$

$$k$$
 单元刚度矩阵  $k = k_p + k_c + k_{ve} + k_{vb} = k_e + k_{vb}$   $k_{vb} = Gk_v$ 

#### 2.4.3 引入 GHM 模型后的单元运动方程

单元运动方程(14)两端作拉氏变换[4],得

$$(s^2 m + k_e + s\widetilde{G}(s)k_v)u(s) = F(s)$$
(15)

将模量函数式(3)代入式(15),并引入耗散坐标 矢量

$$\hat{Z}(s) = \frac{\hat{w}^2}{s^2 + 2\hat{x}\hat{w} + \hat{w}^2} u(s)$$
 (16)

耗散坐标的维数由式(18)决定,经逆拉氏变换, 由此可得到单元的二阶系统模型

$$\overline{m}\ddot{q} + \overline{c}\dot{q} + \overline{k}q = \overline{F} \tag{17}$$

式(17)中

$$\overline{m} = \begin{bmatrix}
m & 0 & \cdots & 0 \\
0 & a_1 \frac{1}{\hat{w}_1^2} \ddot{E} & 0 & \vdots \\
\vdots & \cdots & \ddots & 0 \\
0 & 0 & 0 & a_N \frac{1}{\hat{w}_N^2} \ddot{E}
\end{bmatrix}$$

$$\overline{c} = \begin{bmatrix}
0 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & a_1 \frac{2\hat{x}_1}{\hat{w}_1} \ddot{E} & 0 & \vdots \\
\vdots & \cdots & \ddots & 0 \\
0 & 0 & 0 & a_N \frac{2\hat{x}_N}{\hat{w}_N} \ddot{E}
\end{bmatrix}$$

$$\vec{k} = \begin{bmatrix} k_e + \tilde{k}(1 + \sum_{k=1}^{N} a_k) & -a_1 R & \cdots & -a_N R \\ -a_1 R^T & a_1 \ddot{E} & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ -a_N R^T & 0 & 0 & a_N \ddot{E} \end{bmatrix} 
q = \begin{cases} u \\ Z \end{cases} \qquad \vec{F} = [F \quad 0 \quad \cdots \quad 0]^T$$

其中

$$\widetilde{\mathbf{k}} = G^{\infty} \mathbf{k}_{\nu}, \quad \mathbf{k}_{\nu} = \mathbf{R}_{\nu} \mathbf{E}_{\nu} \mathbf{R}_{\nu}^{T} 
\mathbf{E} = G^{\infty} \mathbf{E}_{\nu}, \quad \mathbf{R} = \mathbf{R}_{\nu} \mathbf{E} 
\mathbf{Z} = \mathbf{R}_{\nu}^{T} \mathbf{\hat{Z}}, \quad k = 1, 2, \dots, N$$
(18)

式中, $\ddot{E}_{v}$  - 由粘性刚度阵  $k_{v}$  的正特征值组成的对角矩阵

 $R_{\nu}$  - 以相应的正交特征矢量作为列的矩阵

然后按照一般的单元集成方法对物理坐标 $^{\iota}$ 集成,保留单元内附加的耗散坐标 $^{z}$ ,可以得到如下 粘弹结构的总体运动方程

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F \tag{19}$$

显然,总体运动方程是标准的二阶线性系统模型,求解模态参数及设计控制器都很方便,这是其他建模方法所无法比拟的。

## 3 算例分析与讨论

#### 3.1 模型参数

为了验证建模方法的准确性,建立一矩形约束 层阻尼悬臂板的动力学模型。各层的几何关系及材 料参数取自参考文献[9,10],如图3所示。

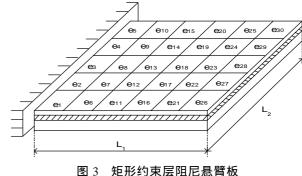


Fig.3 Cantilever sandwich plate with Full CLD

各层的结构参数和材料物理参数如下: 约束层: $\mathbf{r}_c$  =7500 kg/m³,  $\mathbf{E}_c$  =360GPa,  $\mathbf{m}_c$  =0.3

對宋层: $\mathbf{r}_{c}$ =7500 kg/m³, $E_{c}$ =360Gra, $\mathbf{m}_{c}$ =0.3基板: $\mathbf{r}_{p}$ =2700 kg/m³, $E_{p}$ =71 GPa, $\mathbf{m}_{p}$ =0.3芯层: $\mathbf{r}_{v}$ =1250 kg/m³, $E_{v}$ =20 MPa, $\mathbf{m}_{v}$ =0.3夹芯板的尺寸为: $L_{1}$ =0.37m, $L_{2}$ =0.28m,

$$\mathbf{d}_c = \mathbf{d}_v = 0.001 \text{m}$$
 ,  $\mathbf{d}_p = 0.0025 \text{m}$ 

中间芯层为 ZN-1 型粘弹阻尼材料,参考文献[4,11]给出这种粘弹材料松弛函数的经验公式(参考文献[9][10]及文献[4][11]所用的阻尼材料均是国产 ZN-1 型粘弹材料)

 $G(t) = 3.44 + 7.089 \exp(-193.39t)$ 

 $+231.21\exp(-1634.5t)+1744.42\exp(-485916.4t)$ 

约束条件:一短边固支(仅基板),其他边自由,即悬臂夹芯板。

根据文中第二节建模方法,可以得到该矩形约束层阻尼悬臂板的动力学模型,即粘弹结构的总体运动方程式(19)。根据式(19),可以计算得到粘弹结构的固有频率及模态损耗因子,前两阶计算结果见表 1。

表 1 粘弹性夹芯板前二阶固有频率及模态损耗因子 Table 1 The first two natural frequencies and damping factors

阶次	一阶		二阶	
	频率 Hz	损耗因子	频率 Hz	损耗因子
文献[9,10]计算	16.1	0.03	48.1	0.1
文献[9,10]实验	17.1	0.13	40.5	0.19
本文计算	17.5274	0.1263	39.3338	0.0298

#### 3.2 计算结果分析

从表 2 可知,本文理论计算结果更接近试验结果,但模态损耗因子有所差异。文献[9,10]用解析法得到约束层阻尼板的模态参数,与本文所用有限元法的计算结果之间存在一点差异,原因一是文献[9,10]的结构中,约束板根部粘贴有占板面积 2.3%的压电片,压电片面积为 0.0024 m²,厚度为 0.001 m,本文忽略了该压电片;二是文献采用解析法建模,并用模态转换法求解,求解时振型函数用弹性悬臂板的振型作为粘弹性夹芯板近似振型函数,而模态转换中涉及到振型的高阶导数,阶数越高误差越大,本文采用有限元法建模,计算结果相对更加准确。

由此,本文用商用有限元软件模拟真实结构并计算模态参数,结构尺寸及约束条件同本文理论模型。用 ANSYS5.5 建模时,采用 8 节点 BRICK 形的 SOLID45 型单元,第一阶固有频率为 16.95。 NASTRAN70.7 的 前 处 理 和 后 处 理 采 用 PATRAN90 建模时采用 8 节点 HEX8 形的 SOLID1型单元,第一阶固有频率为 16.948。商用有限元软件的计算结果第一阶基本接近理论及试验结果,第二阶误差较大,主要原因是三层结构完全用 SOLID

单元模拟,刚度大于实际情况,因而计算结果偏大。商用有限元软件计算结果表明不仅压电片对结构模态参数影响可忽略不计,而且说明本文理论及程序计算结果是可靠的。本文前两阶基本接近试验结果,三阶以后误差较大。造成误差的主要原因一是理论模型没有考虑粘结层的影响,二是在试验中安装电磁激振器需要一定的预压力,对模型的约束状态有一定的改变,三是材料参数不够准确,以及建模过程中的一些假设。由于粘弹材料的阻尼作用,结构系统的高阶模态已经得到较好的抑制,主动控制的主要作用是控制低阶振动模态,所以建立的模型能够反映系统低阶模态特性就显得十分重要。

#### 3.2 三层粘弹夹芯薄板的动态响应分析

在仿真计算中,假设外激励作用在单元 28 和单元 29 之间靠近右边缘的节点处,方向垂直于薄板,为了简化计算,假设该点也是响应点。为了进一步论证约束层阻尼的振动控制效果,同时计算该粘弹结构中单层基板(无阻尼系统)的动态响应,板的几何关系及材料参数与夹芯薄板中的基板相同,激振点与拾振点亦相同。图 4 为该矩形约束层阻尼悬臂板的原点频响函数。图中细实线为矩形单层悬臂板的频响函数曲线,粗虚线为约束层阻尼薄板的频响函数曲线,从图中可以看出,约束层阻尼达到了较好的阻尼效果,很大程度地减小了各阶模态的峰值,特别是低阶模态的峰值,对结构的振动有很好的抑制作用。

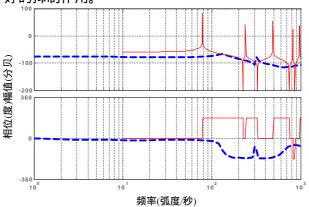


图 4 矩形悬臂板约束层阻尼矩形悬臂板的频响函数 Fig.4 Frequency response of a cantilever plate and a cantilever sandwich plate with Full CLD

为了更好地说明约束层阻尼的振动控制效果, 下面分析计算结构在上述同一位置的单位脉冲响 应曲线,如图5所示。

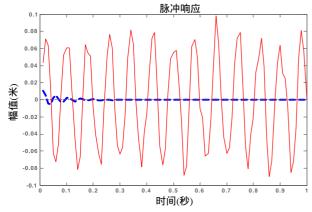


图 5 悬臂板以及约束层阻尼悬臂板的脉冲响应

Fig.5 The impulse response of a cantilever plate and a cantilever sandwich plate with Full CLD

图 5 中,细实线为矩形单层悬臂板的脉冲响应曲线,粗虚线为约束层阻尼薄板的脉冲响应曲线,从单位脉冲响应曲线可以看出,约束层阻尼结构的振动幅值很快衰减为零,这说明所建立的约束层阻尼薄板的动力学模型是稳定系统,约束层阻尼结构可以很大程度地衰减主体结构的振动响应。

## 4 结论

用 GHM 方法描述粘弹材料的动力学特性,特点是不但能与有限元方法相融合,而且计算精度高,由此本文给出了建立约束层阻尼薄板动力学方程的新建模方法。算例表明本文的建模方法是准确可靠的,所得到的动力学方程可以用来准确计算约束层阻尼薄板的模态参数。虽然用商用有限元软件模拟可以近似模拟真实结构,并且能够计算模态参数,但是无法得到约束层阻尼结构的动力学模型。建立约束层阻尼结构的动力学模型,是实现主动约束层阻尼结构分析与控制的力学基础,这正是本文的目的所在,而商用有限元软件计算结果可以用来检验建模方法的准确性。

#### 参考文献:

- [1] 刘棣华. 粘弹阻尼减振降噪应用技术[M].北京:宇航出版社,1990.
  - LIU Dihua. Application of damping technology in the reduction of vibration and noise[M]. Beijing: Press of Space Navigation, 1990.
- [2] 戴德沛. 阻尼技术的工程应用[M].北京:清华大学出版社,1991.
  - Dai Depei. Engineering application of damping technology[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1991.

- [3] Baz A, Ro J. Concept and performance of active constrained layer damping treatments[J]. Journal Sound and Vibration, 1994, 28(3): 18-21.
- [4] 陈前. 粘弹性复合结构的动力分析[D]. 南京航空学院, 1987.
  - Cheng Qian. Study of dynamic analysis of elastic-viscoelastic complex structures[D]. Nan Jing aeronautical Institute, 1987.
- [5] 刘天雄,华宏星,石银明,等.主动约束层阻尼振动控制技术现状及展望[J].振动与冲击,2001,20(2):1-6.
  - Liu Tianxiong, Hua Hongxing, et al. A Survey on vibration damping and control using active constrained layer damping[J]. J of Vibration and Shock, 2000, 20(2): 1-6.
- [6] Golla D F, Hughes P C. Dynamics of viscoelastic structures—a time-domain, finite element formulation[J]. Journal of Applied Mechanics, 1985, 52: 897-907.
- [7] McTavish D J, Hughes P C. Modeling of linear viscoelastic space structures [J]. Journal of Vibration and Acoustics, 1993, 115:103-110.
- [8] 吴连元. 板壳理论[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 1989.
  - Wu Lianyuan. Theory of plates and shells [M]. Press of ShangHai Jiaotong University, 1989.
- [9] 张希农. 可控约束阻尼层及其在航天结构中的应用 [D]. 西安交通大学, 1998.
  - Zhang Xinong. Controllable constrained damping layer and its application in space structures [D]. Xi' an Jiaotong University, 1998.
- [10] 谢石林,张希农,张景绘.可控约束阻尼结构的 H 分析[J].振动工程学报,2000,13(3):368-375.
  - Xie Shilin, Zhang Xinong, Zhang JingHui. H control of structures with controllable constrained damping layer[J]. Journal of vibration engineering, 2000, 13(3): 368-375.
- [12] 沈顺根,冷文浩. 粘弹性线性复合结构动力特性分析[J]. 中国造船,1996,133(2):44-52.
  - Shen Shungen, Leng wenhao. Dynamic analysis of elastic-viscoelastic linear complex structures [J]. Shipbuilding of China, 1996, 133(2): 44-52.

## ANALYSIS OF DYNAMIC BEHAVIOR OF SANDWICH PLATE WITH CONSTRAINED LAYER DAMPING STRUCTURE

LIU Tian-xiong<sup>1</sup>, HUA Hong-xing<sup>2</sup>, SHI Yin-ming<sup>2</sup>, CHEN Zhao-neng<sup>2</sup>

(1. Beijing Institute of Spacecraft System Engineering, Beijing 100086; 2. ShangHai Jiaotong University, Shanghai 200030)

**Abstract:** A new modeling method for a sandwich plate with viscoelastic material (VEM) layer is presented in this paper. It is difficult to process the dynamical analysis and control design by conventional methods because the constitutive relations of VEM are frequency and temperature dependent. As an example, the new modeling method, which combines the GHM (Golla-Hughes-Mctavish) method of VEM modeling and FEM (Finite Element method), is utilized to calculate the modal parameters of a cantilever sandwich plate with viscoelastic core. The results show that the new modeling method is more accurate and reliable than other methods and good agreement is reached in comparison with the test results and the simulation results of ANSYS5.5 and NASTRAIN70.7.

**Key words:** constrained layer damping plate; finite element method; dynamic characteristics; viscoelastic material

\_\_\_\_\_\_

(上接 97 页)

# SIMPLIFIED ANALYSIS OF DYNAMIC INTERACTION BETWEEN LAYERED SOILS AND SEMI-BURIED STRUCTURE

ZHANG Ga, ZHANG Jian-Min

(Department of Hydraulic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084)

**Abstract:** Based on the modification of a seismic earth pressure theory for retaining structures under any lateral displacements, new formulas are proposed to determine the relationship of lateral soil-wall displacement and corresponding earth pressures against the sidewalls of the structure during an earthquake. The formulas can be extended to layered soils and deep foundations. A simplified mass-damping-spring model with the formulas is presented for dynamic interaction between layered soils and semi-buried structure. The model is feasible because parameters are easily obtained and no iteration is needed. The model is effective under the following conditions: 1) The soils behave as a visco-elastic medium; 2) The structure and its surrounding soil layers are represented as a group of shear beams which displace in horizontal direction only; and 3) The soil's response is not affected by the structure's movement.

**Key words:** dynamic interaction; interface; earthquake; mass-damping-spring model