

文章编号：1000-4750(2002)02-052-06

大跨度平屋面的风振响应及风振系数

陆 锋，楼文娟，孙炳楠

(浙江大学土木系，杭州 310027)

摘 要：本文在有限元分析的基础上建立了大跨度平屋面结构在风荷载作用下的风振响应谱分析方法，并采用 Davenport 谱和由风洞试验得到的屋盖表面的平均风压分布系数计算了屋面的风振响应及风振系数。文中还深入探讨了屋面刚度、来流风速及风向等参数对大跨度平屋面竖向风振响应及风振系数的影响。计算表明：大跨度平屋面的竖向风振响应主要是由第一振型所支配，高阶振型对屋面板竖向风振响应的影响很小；屋面刚度及来流风速对大跨度平屋面的竖向风振响应影响比较大，但对位移风振系数的影响不太明显；在工程设计中，建议采用位移风振系数来计算大跨度平屋面的等效静力风荷载。

关键词：大跨度平屋面；有限元；谱分析方法；风振响应；风振系数

中图分类号：TU311.3 文献标识码：A

1 前言

对于风流场中的屋面结构，由于在檐角处出现来流附面层的分离而引起复杂的绕流现象以及作用在屋面结构上的气动力的复杂性，使得它常常成为风工程研究的主要对象。许多研究者对某些特定外形的屋面风荷载进行了研究，并做了大量的风洞试验，例如：双坡屋面^[1]、四坡屋面^[2]、有女儿墙的平屋面^[3]、弧状屋面^[4]及柱形和球形屋面^[5]等。由于这些屋面的跨度相对较小，因此这些屋面基本上可以认为是刚性屋面。然而，随着屋面跨度的增加，屋面的柔性及风荷载下的动力效应就不容忽视。Yasui^[6]等曾采用蒙特卡罗方法运用模拟的多点脉动风压来估算大跨度柔性屋面在时域内的风振响应。Uematsu^{[7][8][9]}等为了考虑风速脉动及结构共振对大跨度柔性屋面的等效静力风荷载的贡献，提出了阵风荷载因子。这种阵风荷载因子被定义为最大位移峰值响应与平均位移响应的比值。他们相继对大跨度正方形平屋面和圆形平屋面进行了风洞试验并对阵风荷载因子作了较细致的研究，由此计算出作用在屋面上的等效静力风荷载。

本文的主要目的是结合有限元方法推导出大跨度平屋面结构在风荷载作用下的风振响应谱分析方法；然后采用 Davenport 谱和由风洞试验得到的屋盖表面的平均风压分布系数来计算这种屋面的风振响应及风振系数；最后通过讨论屋面刚度、来流风速及风向等参数对大跨度平屋面竖向风振响应及风振系数的影响，得出一些有益的结论，为进一步深入研究奠定基础。

2 风振理论公式

由于脉动风流经屋面结构时会产生非定常气动升力，在这种非定常气动升力的作用下，大跨度平屋面如同一块弹性薄板将产生竖向振动。运用四边形薄板弯曲单元的质量矩阵和刚度矩阵，可以得到在风荷载作用下大跨度平屋面结构的振动方程：

$$[m]\{\ddot{x}\} + [c]\{\dot{x}\} + [k]\{x\} = \{F(t)\} \quad (1)$$

式中 $[m]$ 、 $[c]$ 、 $[k]$ 分别为 n 阶质量、结构阻尼及刚度矩阵； $\{x\}$ 为屋面的节点位移向量； $\{F(t)\}$ 为脉动风荷载向量。对应于节点竖向位移，基于准定常假设下的脉动风荷载 $F_i(t)$ 的表达式^[10]为：

收稿日期：2000

基金项目：国家自然科学基金资助项目(59978044)

作者简介：陆 锋(1973)，男，江苏省宜兴市人，博士生，从事结构风振工程研究

楼文娟(1963)，女，浙江绍兴人，副教授，博士，主要从事结构计算力学与结构风工程研究

孙炳楠(1940)，男，浙江绍兴人，教授，博士生导师，主要从事结构计算分析与结构风工程研究

$$F_i(t) = \frac{1}{2} \rho V^2 A_i \left[C_{Li} \frac{2v(t)}{V} + \left(\frac{dC_{Li}}{da} + C_{Di} \right) \frac{w(t)}{V} \right] \quad (2)$$

式中 V 和 $v(t)$ 分别是屋面高度处的水平平均风速和脉动风速； $w(t)$ 为屋面高度处的竖向脉动风速；由于竖向脉动风速 $w(t)$ 相对于水平脉动风速 $v(t)$ 非常小，故方程(2)中的第二项可忽略不计。则方程(2)可以简化为：

$$F_i(t) = \rho C_{Li} A_i V v(t) \quad (3)$$

式中 ρ 代表空气密度； C_{Li} 是由风洞试验得到的节点 i 处的平均风压系数； A_i 指与节点 i 相关的屋面面积；

采用振型分解法，将方程(1)解耦。设 $\{x\} = [j] \{y(t)\}$ ，则对于第 j 个振型有：

$$\ddot{y}(t) + 2\mathbf{b}_j \mathbf{w}_j \dot{y}(t) + \mathbf{w}_j^2 y(t) = \frac{P_j(t)}{M_j} \quad (4)$$

式中 $\mathbf{w}_j = \sqrt{K_j/M_j}$ 为第 j 振型的自振频率； \mathbf{b}_j 为结构阻尼比； M_j 、 C_j 、 K_j 、 P_j 分别为第 j 振型的广义质量、广义阻尼、广义刚度及广义力。

根据多自由度系统的随机风振理论，并在忽略各振型交叉项的影响后(小阻尼体系)，可以得到第 q 个自由度位移响应的均方值为：

$$s_{x_q}^2 = \sum_{j=1}^n \mathbf{j}_{qj}^2 \frac{\sum_{r=1}^n \sum_{k=1}^n \mathbf{j}_{rj} \mathbf{j}_{kj} \mathbf{r}^2 V_r V_k C_r C_k A_r A_k}{M_j^2} \times \int_0^\infty \frac{\sqrt{S_v^r(\mathbf{w}) S_v^k(\mathbf{w})} \cdot \text{coh}(r, k, \mathbf{w})}{(\mathbf{w}_j^2 - \mathbf{w}^2)^2 + (2\mathbf{b}_j \mathbf{w}_j \mathbf{w})^2} d\mathbf{w} \quad (5)$$

若第 r 和第 k 个自由度分别位于节点 i 和 j 处，则式中的 \mathbf{j}_{rj} 、 \mathbf{j}_{kj} 分别为 j 振型的第 r 、 k 自由度分量； V_r 、 V_k 分别为第 i 、 j 节点处的平均风速； A_r 、 A_k 分别为与节点 i 、 j 相关的面面积； C_r 、 C_k 分别为由风洞试验得到的节点 i 、 j 处的气动力系数，按下式确定：

$$C_r = \begin{cases} C_{Li} & (\text{对应于节点竖向位移 } w) \\ 0 & (\text{对应于节点转角位移 } q_x) \\ 0 & (\text{对应于节点转角位移 } q_y) \end{cases} \quad (6)$$

$S_v(\mathbf{w})$ 和 $\text{coh}(r, k, \mathbf{w})$ 为脉动风速的谱密度和相关函数。本文 $S_v(\mathbf{w})$ 取 Davenport 谱：

$$S_v(\mathbf{w}) = 4KV_{10}^2 \frac{f^2}{\mathbf{w}(1+f^2)^{4/3}}, \quad f = \frac{600\mathbf{w}}{\rho V_{10}} \quad (7)$$

式中 K 为地貌系数； V_{10} 为离地 10m 高度处的平均风速； \mathbf{w} 为圆频率；

由于大跨度屋面的竖向尺寸非常小，故脉动风的竖向相关性可以忽略不计，而只需考虑脉动风的水平相关性。本文相干函数 $\text{coh}(r, k, \mathbf{w})$ 也采用 Davenport 提出的表达式：

$$\text{coh}(r, k, \mathbf{w}) = \exp\left[-\frac{\mathbf{w}[C_x^2(x_r - x_k)^2 + C_y^2(y_r - y_k)^2]^{1/2}}{\rho(V_r + V_k)}\right] \quad (8)$$

式中 $C_x = C_y = 8.0$ 。

节点 i 的加速度响应均方根值为：

$$s_{\ddot{x}_i} = \sqrt{\sum_{j=1}^n \mathbf{w}_j^4 s_{x_{ij}}^2} \quad (9)$$

式中 $s_{x_{ij}}$ 为第 j 振型节点 i 的竖向位移响应均方根值。

3 结构特性和板面平均风压系数

本文所研究的对象是大跨度正方形平屋面结构。屋面板四边简支，覆盖在四周封闭的建筑物上。其几何尺寸及坐标系统如图 1 所示。计算中屋面板跨度 L 取 40m，屋面板所处位置离地面高度 H 取 10m，跨高比为 $L/H=4.0$ 。屋面板采用钢筋混凝土材料，其质量密度为 2500 kg/m^3 ，弹性模量为 $3.0 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ ，泊松比为 0.167，一阶振型的结构阻尼比取 0.05，地貌粗糙度系数 a 取 0.15，地貌系数 K 相应取 0.005。

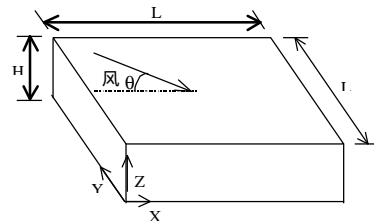


图 1 屋面结构的几何尺寸和坐标系统

Fig.1 Roof configuration and coordinate system

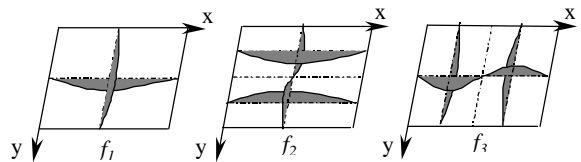


图 2 屋面板的前三阶振型示意图

Fig.2 First three modal shapes of simply supported roof

将屋面板划分成四边形单元(沿 x 轴和 y 轴方向各 32 等分，共 1024 个四边形单元)，并通过有限元分析程序 ALGOR93 计算后，得到屋面板的各阶振型及自振频率。图 2 所示的是屋面板的前三阶基本

振型示意图。由于屋面板呈正方形，故第二、三振型频率相同。表 1 所列的是 40m 跨度屋面板在不同厚度下前五阶振型的自振频率。

表 1 40m 跨度屋面板在不同厚度下前五阶振型的自振频率(单位: Hz)

Table 1 First five frequencies for various roof thickness (Hz)

厚度 (m)	振型一	振型二	振型三	振型四	振型五
0.15	0.299	0.747	0.747	1.197	1.495
0.20	0.398	0.996	0.996	1.596	1.993
0.30	0.598	1.495	1.495	2.394	2.989

由于本文所研究的大跨度平屋面结构在几何形状上和 Uematsu^[7]所进行的风洞试验模型 2 相似，而且处于相同的大气边界层中($a=0.15$)，故本文直接采用 Uematsu 通过风洞试验所得到的 0° 和 45° 风向角下屋面板的平均风压系数(如图 3 所示)来进行屋面结构的竖向风振响应计算。

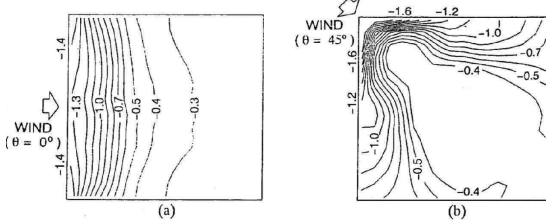


图 3 0° 和 45° 风向角下屋面板的平均风压系数分布图(取自文献[7])

Fig.3 Contours of mean pressure coefficient on roof at wind directions of 0° and 45°

4 计算结果分析

4.1 高阶振型对屋面板竖向风振响应的影响

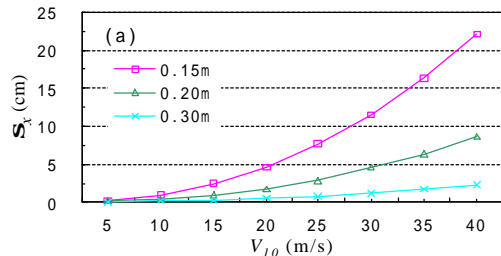
当采用振型分解法计算结构的风振响应时，一般应考虑高阶振型的影响。但是，在研究中发现高阶振型对大跨度平屋面的竖向风振响应影响比较小。以跨度为 40m 厚度为 0.2m 的屋面板为例，其前五阶振型的自振频率分别为 0.398Hz、0.996Hz、0.996Hz、1.596Hz、1.993Hz，可以看出后面各阶振型的自振频率为第一振型自振频率的 2.5 倍以上，数值相差比较大。而由方程(5)可知，由各阶振型引起的屋面结构位移响应均方差与自振频率成反比，故由第一振型引起的屋面结构位移响应均方差要比由高阶振型引起的屋面结构位移响应均方差大。表 2 所列数据为该板在 0° 度风向角下分别考虑前

一、前二、前三、前四、前五、前六、前七阶振型共同作用时在板中四个点上引起的竖向位移响应均方根值。可以看出，当考虑前七阶振型共同作用时在板中四个点上引起的竖向位移响应均方根值与仅考虑第一阶振型作用时在板中四个点上引起的竖向位移响应均方根值在数值上相差很小。其差值占第一阶振型引起的竖向位移响应均方根值的百分比分别为 1.02%、0.23%、0.78%、0.06%。所以，从屋面板位移风振响应的角度来看，在计算大跨度平屋面的竖向风振响应时只需考虑第一阶振型的贡献就可以了。

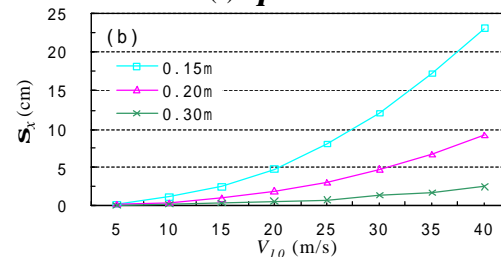
表 2 分别考虑前一、二、三、四、五、六、七阶振型共同作用时在板中四个点上引起的 s_x

Table 2 Displacement RMS of four points at roof considering the first from one to seven modes separately

节点位置		前一振型	前二振型	前三振型	前四振型	前五振型	前六振型	前七振型
x/L	y/L	S_x	S_x	S_x	S_x	S_x	S_x	S_x
		(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)
0.25	0.25	0.9074	0.9092	0.9158	0.9162	0.9166	0.9166	0.9166
0.50	0.25	1.283	1.286	1.286	1.286	1.286	1.286	1.286
0.25	0.50	1.283	1.283	1.293	1.293	1.293	1.293	1.293
0.50	0.50	1.815	1.815	1.815	1.815	1.816	1.816	1.816



(a) $q=0^\circ$



(b) $q=45^\circ$

图 4 屋面板中心点的 s_x 随板厚和风速 V_{10} 变化曲线图

Fig.4 Variation of response at roof center with thickness and wind velocity

4.2 屋面刚度及来流风速对风振响应的影响

为了研究屋面刚度及来流风速对屋面板竖向

风振响应的影响，分别计算了 0°和 45°风向角下 0.15m、0.20m 和 0.30m 厚度的 40m 跨度屋面板在不同风速 V_{10} 下的位移风振响应。图 4 所示为屋面板中心点($x/L=0.5, y/L=0.5$)在不同板厚和风速 V_{10} 下的竖向位移响应均方根值变化曲线图。可以看出，无论是 0°还是 45°风向角，在相同的板厚下，位移响应均方根值随着风速 V_{10} 的增加而增加；在相同的风速 V_{10} 下，位移响应均方根值随板厚的增加而急剧减少。例如 0°风向角下，当风速 $V_{10}=40\text{m/s}$ 时，板厚从 0.15m 增加到 0.30m，屋面板中心点的位移响应均方根值从 22.2cm 下降至 2.32cm。这说明屋面板刚度对风振响应的影响很大，当屋面相对刚度(板弯曲刚度与跨度之比)达到一定值时，可以不考虑风荷载下的振动效应。

4.3 风振系数

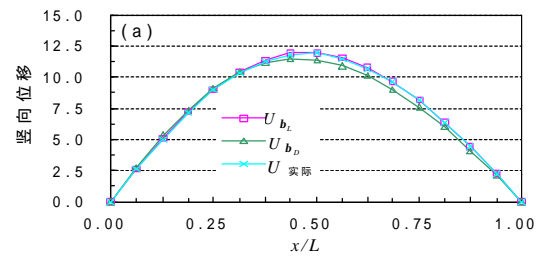
在工程设计中，习惯于用等效静力风荷载来考虑风的动力效应作用。等效静力风荷载用静力风荷载 P_s 和风振系数 b 的乘积表示。根据我国建筑结构荷载规范(GBJ9-87)的规定，风振系数 b 可取荷载风振系数 b_{Li} ，定义为节点静动力风荷载的总和 ($P_{di} + P_{si}$) 与静力风荷载 (P_{si}) 的比值。此外，常用的风振系数还有位移风振系数，位移风振系数 b_{Di} 定义为节点静动力位移的总和 ($U_{si} + U_{Di}$) 与静位移 (U_{si}) 的比值。这两种风振系数的表达式分别为：

$$\begin{cases} b_{Li} = 1 + \frac{P_{di}}{P_{si}} = 1 + \frac{m_i s_{\ddot{x}i} \cdot m}{C_{Li} A_i r V_i^2 / 2} \\ b_{Di} = 1 + \frac{U_{Di}}{U_{si}} = 1 + \frac{m s_{xi}}{U_{si}} \end{cases} \quad (10)$$

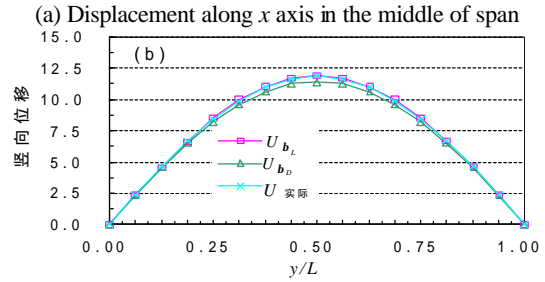
式中 m_i 是与节点 i 相关的屋面质量； s_{xi} 、 $s_{\ddot{x}i}$ 则为节点 i 的竖向位移响应均方根值及加速度响应均方根值； m 为峰值因子，本文取 3.5；静位移 U_{si} 由静力风荷载 P_s 直接算得。

为了探讨大跨度平屋面两种不同风振系数的规律性，分别计算了 0°和 45°风向角下 0.15m、0.20m 和 0.30m 厚度的 40m 跨度屋面板在不同风速 V_{10} 下的荷载风振系数及位移风振系数。表 3 分别列出了 0°风向角下 40m 跨度、0.20m 厚度屋面板在风速 $V_{10}=20\text{m/s}$ 下跨中沿 x 轴方向和 y 轴方向各节点的荷载风振系数 b_{Li} 及位移风振系数 b_{Di} 。可以发现，在屋面板跨中附近荷载风振系数比较大，然后向板的四边递减。而位移风振系数在整个屋面结构大部分节点上变化不大，基本为一稳定值。虽然这两种风振系数在数值上差异比较大，但是如果将按这两

种风振系数计算所得的等效静力风荷载



(a) 跨中沿 x 轴方向



(b) 跨中沿 y 轴方向

(b) Displacement along y axis in the middle of span

图 5 由风振系数计算所得各节点

s_{xi} 与实际位移比较曲线图

Fig.5 Comparison between displacement obtained from wind load factor and actual displacement

表 3 跨中沿 x 轴方向和 y 轴方向各节点的荷载风振系数 b_{Li} 及位移风振系数 b_{Di}

Table 3 Wind load factor b_{Li} and displacement factor b_{Di} distribution along x and y axis in the middle of span on the roof

跨中沿 x 轴方向各节点的荷载风振系数及位移风振系数							
x 坐标 (m)	5.0	10.0	15.0	20.0	25.0	30.0	35.0
y 坐标 (m)	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0
b_{Li}	1.25	1.72	2.46	3.03	3.19	2.68	1.91
b_{Di}	1.93	2.00	2.08	2.15	2.21	2.23	2.24

跨中沿 y 轴方向各节点的荷载风振系数及位移风振系数							
x 坐标 (m)	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0
y 坐标 (m)	5.0	10.0	15.0	20.0	25.0	30.0	35.0
b_{Li}	1.78	2.44	2.88	3.03	2.88	2.44	1.78
b_{Di}	2.11	2.13	2.15	2.15	2.15	2.13	2.11

分别作用在屋面上，得到的屋面各节点的位移与屋面在风荷载作用下产生的实际位移 ($U_{si} + m s_{xi}$) 相

比,都是比较吻合的(见图5,图中 U_{bL} 、 U_{bD} 分别表示由荷载风振系数、位移风振系数计算所得的节点竖向位移, $U_{实际}$ 表示节点实际竖向位移)。可见采用这两种风振系数都可以得到正确结论。在实际工程设计中,由于荷载风振系数在整个屋面各节点数值差异比较大,应用起来不方便,而位移风振系数在各节点的值变化不大,故可以采用位移风振系数来计算等效静力风荷载。而且整个屋面的位移风振系数可以用板中所有节点的位移风振系数的平均值来表示。

图6所示为 0° 和 45° 风向角下40m跨度屋面板平均位移风振系数随板厚和风速 V_{10} 变化曲线图。

可以看出,无论是 0° 还是 45° 风向角,在相同的板厚下,位移风振系数随风速 V_{10} 的增加而逐渐增加;在相同的风速 V_{10} 下,位移风振系数随板厚的增加而逐渐减少。

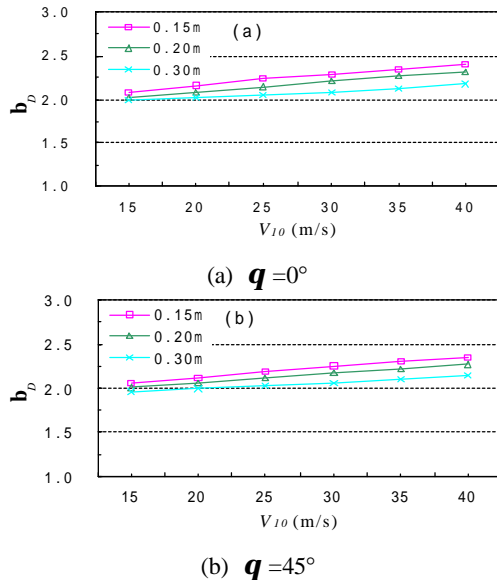


图6 不同板厚和风速 V_{10} 下屋面平均位移风振系数变化曲线图

Fig.6 Variation of mean wind load factor with thickness and wind velocity

5 结论

通过以上分析,可以知道:

1、在脉动风荷载作用下,大跨度平屋面的竖向风振响应主要是由第一振型所支配,高阶振型对屋面板竖向风振响应的影响很小;

2、屋面刚度及来流风速对大跨度平屋面的竖向风振响应影响比较大,但对位移风振系数的影响不太明显。而且当屋面相对刚度达到一定值时,甚至可以不考虑风荷载下的振动效应;

3、荷载风振系数在整个屋面各节点上的数值差异比较大,而位移风振系数在各节点的值变化不大,因此在实际工程设计中建议采用位移风振系数来计算大跨度平屋面的等效静力风荷载,它既正确又使用方便。

最后需要说明的是,文中对大跨度平屋面的风振响应和风振系数的计算都是建立在准定常假设的基础之上的。实际上,由于作用在屋面上的脉动风压有部分是气流分离引起的,其产生的非定常力略小于按准定常假设计算所得到的风振力,所以本文的计算结果偏大。在进一步的研究中将提出对准定常假设的修正。

参考文献:

- [1] P C Case, N Isyumov. Wind loads on low buildings with 4:12 gable roofs in open country and suburban exposures[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1998, 77-78: 107-118.
- [2] Y L Xu and G F Reardon. Variations of wind pressure on hip roofs with roof pitch[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1998, 73: 267-284.
- [3] A Kareem, P C Lu. Pressure fluctuations on flat roofs with parapets[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1992, 41-44: 1775-1786.
- [4] J Marighetti, A Wittwer, M D Bortoli, B Natalini, M Paluch, M Natalini. Fluctuating and mean pressure measurements on a stadium covering in wind tunnel[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2000, 84: 321-328.
- [5] S Kawamura, T Kiuchi. Proposed design method for high rise pneumatic structures: cylindrical type and spherical type shell and spatial engineering[M]. Pentech Press, 1984.
- [6] H Yasui, H Marukawa, J Katagiri, A Katsumura, Y Tamura, K Watanabe. Study of wind-induced response of long-span structure[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1999, 83: 277-288.
- [7] Y Uematsu, M Yamada, A Sasaki. Wind-induced dynamic response and resultant load estimation for a flat long-span roof[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1996, 65: 155-166.
- [8] Y Uematsu, M Yamada, A Karasu. Design wind loads for structural frames of flat long-span roofs: gust loading factor for a structurally integrated type[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1997, 66:

- 155-168. Engineering and Industrial Aerodynamics, 1999, 83: 251-261.
- [9] Y Uematsu, K Watanabe, A Sasaki, M Yamada, T Hongo. Wind-induced dynamic response and resultant load estimation of a circular flat roof[J]. Journal of Wind [10] E. Simiu and R.H. Scanlan. Wind effects on structures [M]. 2th ed., John Wiley & Sons. Inc. 1986.

WIND-INDUCED DYNAMIC RESPONSE AND WIND LOAD FACTOR FOR LONG-SPAN FLAT ROOF STRUCTURES

LU Feng, LOU Weng-juan, SUN Bing-nan

(Department of Civil Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

Abstract: The spectral analysis method for a long-span flat roof structure subjected to wind excitation is established by finite element method. And the wind-induced dynamic response and wind load factor of the long-span flat roofs are evaluated using Davenport wind spectrum and the local mean wind pressure coefficients determined in wind tunnel. The influences of roof stiffness, wind velocity and wind direction on wind-induced dynamic response and wind load factor are discussed. The following conclusions are drawn: The roof response due to turbulent wind forces is dominated by the first mode and the higher mode effects are very small.

The influences of roof stiffness and wind velocity on wind-induced dynamic response are considerably large, while the influences on wind load factor are slight. In engineering design, it is suggested to use wind load factor, which is defined as the ratio of wind-induced total displacement to static displacement, to calculate the equivalent static wind load of long-span flat roof structures.

Key words: long-span flat roof; finite element; spectral analysis; wind-induced dynamic response; wind load factor