文章编号:1000-4750(2003)04-0086-06

基于常规三轴试验的岩石双剪强度准则

杨雪强¹, 刘祖德², 何世秀¹

(1. 湖北工学院土木工程系,武汉 430068;2. 武汉大学土木工程与建筑学院,武汉 430072)

摘 要:基于岩土体的双剪强度理论和已有的一些岩石真三轴强度试验资料,提出了一个岩石双剪强度准则的推广型式,探讨了该强度准则相关参数的选取问题,验证了该强度准则的合理性,并指出双剪强度准则有一个 $t_8 = g(q_s) \cdot f(s_m)$ 的函数表达型式。研究表明岩石的 t_{8c} / t_{8t} 随平均主应力 s_m 的变化而变化,当 s_m 较小时 t_{8c} / t_{8t} 比值较大,而当 s_m 较大时 t_{8c} / t_{8t} 比值较小。这种现象一方面论证了随着 s_m 的增大,岩石有逐步向着均质化方向发展的趋势;另一方面也说明了在较低的 s_m 应力水平下,Drucker-Prager 强度准则对岩石类材料是不适合的。

关键词:双剪强度准则;平均主应力;八面体剪应力;洛德角 中图分类号:TU413;TU45 文献标识码:A

TWIN SHEAR STRENGTH CRITERIA FOR ROCR BASED ON TRADITIONAL TRIAXIAL TESTING RESULTS

YANG Xue-qiang¹, LIU Zu-de², HE Shi-xiu¹

(1. Hubei Polytecnic University, Wuhan, 430068, China; 2. Wuhan University, 430072, China)

Abstract: Based on twin shear strength theory and some true triaxial strength testing data of rock, a more reasonable twin shear strength criterion is proposed and verified. The corresponding parameters of the twin shear strength criterion are given by traditional triaxial compressive and triaxial tensile testing results. It is shown that the twin shear strength criterion has a $\mathbf{t}_8 = g(\mathbf{q}_s) \cdot f(\mathbf{s}_m)$ function expression, and the calculating results in this paper show that $\mathbf{t}_{8c} / \mathbf{t}_{8t}$ will be changed as the average principal stress \mathbf{s}_m is changed. $\mathbf{t}_{8c} / \mathbf{t}_{8t}$ is larger when \mathbf{s}_m is at lower stress level, and is smaller when \mathbf{s}_m is at higher stress level. This phenomenon demonstrates on one side that rock is developed into homogeneous material gradually as \mathbf{s}_m is increased, on the other side that the Drucker-Prager strength criterion is not suitable for rock materials when \mathbf{s}_m is at lower stress level.

Key words: twin shear strength criterion; average principal stress; octahedral shear stress; load angle

1 前言

岩石在三维应力状态下的屈服破坏问题是岩 石本构关系最主要的研究内容。有关岩石强度的理 论研究和试验研究已有了大量的报道,最早的应归 于库仑提出的强度条件,后经莫尔修正,称为莫尔 一库仑强度理论,表达为:

$$\boldsymbol{t}_f = \boldsymbol{D} + f(\boldsymbol{s}) \tag{1}$$

式中 *D* 为岩石的强度参数 ,*s* 为破坏面上的法向应力。

莫尔一库仑强度理论只考虑了最大主应力 s_1 和最小主应力 s_3 对岩石强度的影响,它没有考虑中间主应力 s_2 对岩石强度的贡献,因此它是一种不完整的岩石强度理论,称之为单剪强度理论。

收稿日期: 2002-01-07;修改日期: 2002-07-01

作者简介:杨雪强(1965),男,河南南阳人,教授,工学博士,主要从事挡土结构土压力、边坡稳定和岩土力学性质等方面的研究工作; 刘祖德(1932),男,江苏无锡人,教授,博士生导师,从事岩土力学与工程等方面的研究工作; 何世秀(1942),女,湖北宜都人,教授,从事岩土力学与工程等方面的研究工作

我国学者俞茂宏教授 1961 年提出了双剪应力 屈服准则,1985 年以后系统地提出了双剪强度理论 ^[1-3],丰富和发展了金属、混凝土和岩土类材料的强 度理论。双剪强度理论的数学表达式为:

$$F = \mathbf{t}_{13} + \mathbf{t}_{12} + A(\mathbf{s}_{13} + \mathbf{s}_{12}) - D = 0,$$

$$\mathbf{t}_{12} + A\phi_{12} \ge \hat{\sigma}_{23} + A\phi_{23}$$

$$F' = \mathbf{t}_{13} + \mathbf{t}_{23} + A(\mathbf{s}_{13} + \mathbf{s}_{23}) - D = 0,$$

$$\mathbf{t}_{12} + A\mathbf{s}_{12} \le \mathbf{t}_{23} + A\mathbf{s}_{23}$$
(2)

式中 A 为反映法向应力对岩石破坏的影响系数,D 的意义同式(1)。双剪应力 t_{13} , t_{12} 或 t_{23} 及其作用面上的正应力 s_{13} , s_{12} 或 s_{23} 分别等于:

$$\begin{array}{l} t_{13} = (\boldsymbol{s}_1 - \boldsymbol{s}_3)/2, \quad \boldsymbol{s}_{13} = (\boldsymbol{s}_1 + \boldsymbol{s}_3)/2 \\ t_{12} = (\boldsymbol{s}_1 - \boldsymbol{s}_2)/2, \quad \boldsymbol{s}_{12} = (\boldsymbol{s}_1 + \boldsymbol{s}_2)/2 \\ t_{23} = (\boldsymbol{s}_2 - \boldsymbol{s}_3)/2, \quad \boldsymbol{s}_{23} = (\boldsymbol{s}_2 + \boldsymbol{s}_3)/2 \end{array}$$
(3)

双剪强度理论一方面同时考虑了三个主应力 s_1 , s_2 和 s_3 对岩石强度的影响,另一方面在理论 上也证明了中间主应力 s_2 对岩石强度的影响效应 ^[4,5]。即当中间主应力 s_2 从接近于最小主应力 s_3 逐 步向最大主应力 s_1 的增加过程中,岩石的强度逐步 提高,岩石的强度达到峰值后,又从峰值逐步减小。 可预测,双剪强度理论对岩土类材料而言,具有广 泛的应用前景。本文在岩石双剪强度理论方面,做 了进一步的研究工作。

2 基于常规三轴试验的岩石双剪强 度准则

2.1 岩石双剪强度准则的推广

设压应力为正,岩石在 $s_1 \ge s_2 \ge s_3$ 作用下, 其平均主应力为 s_m ,洛德角 q_s 和八面体上的剪应 力 t_3 的表达式为:

$$\boldsymbol{s}_m = (\boldsymbol{s}_1 + \boldsymbol{s}_2 + \boldsymbol{s}_3)/3 \tag{4}$$

$$tg \boldsymbol{q}_{\boldsymbol{s}} = \frac{1}{\sqrt{3}} (2 \frac{\boldsymbol{s}_2 - \boldsymbol{s}_3}{\boldsymbol{s}_1 - \boldsymbol{s}_3} - 1)$$
 (5)

$$\boldsymbol{t}_{8} = \frac{1}{3} [(\boldsymbol{s}_{1} - \boldsymbol{s}_{2})^{2} + (\boldsymbol{s}_{2} - \boldsymbol{s}_{3})^{2} + (\boldsymbol{s}_{1} - \boldsymbol{s}_{3})^{2}]^{\frac{1}{2}}$$
(6)

许多岩石类材料强度试验结果表明,在子午面 上岩石的八面体剪应力 t_8 随平均主应力 s_m 的增加 呈非线性关系,如图1所示。近些年来已提出和发 展的帽子模型^[1,6]就是这一问题的直接反映。在式(2) 中,因 $s_{13}+s_{12}=(3s_m+s_1)/2$ 或 $s_{13}+s_{23}=(3s_m+s_3)/2$,隐含着平均主应力 s_m 的线性项,所以尚 需增加 s_m^2 项。同时岩石是一个三轴压缩强度 $(q_s=-30^\circ)$ 和三轴伸长强度 $(q_s=30^\circ)$ 不相等的材 料,它们在图1所示的 $t_8 \sim s_m$ 之间应该有不同的表达曲线。所以这里把式(2)进一步改写成式(7),以便更为真实地模拟岩石的强度特性。



图 1 子午面上岩石的强度曲线 Fig.1 Rock strength curve between \mathbf{t}_8 and \mathbf{s}_m $F = \mathbf{t}_{13} + \mathbf{t}_{12} + A(\mathbf{s}_{13} + \mathbf{s}_{12}) + B\mathbf{s}_m^2 - D = 0,$ $\mathbf{t}_{12} + A(\mathbf{s}_{13} + \mathbf{s}_{12}) + B\mathbf{s}_m^2 - D$ $\geq \mathbf{t}_{23} + A'(\mathbf{s}_{13} + \mathbf{s}_{23}) + B'\mathbf{s}_m^2 - D'$ $F' = \mathbf{t}_{13} + \mathbf{t}_{23} + A'(\mathbf{s}_{13} + \mathbf{s}_{23}) + B'\mathbf{s}_m^2 - D' = 0,$ $\mathbf{t}_{12} + A(\mathbf{s}_{13} + \mathbf{s}_{12}) + B\mathbf{s}_m^2 - D$ $\leq \mathbf{t}_{23} + A'(\mathbf{s}_{13} + \mathbf{s}_{23}) + B'\mathbf{s}_m^2 - D'$ (7)

式中 B 和 B' 为岩石的强度系数。

对式(7)中的 *A*, *B*和 *D* 待定系数,可通过 三 个 不 同 s_m 应 力 水 平 的 岩 石 三 轴 压 缩 $(s_1 > s_2 = s_3, q_s = -30^\circ)$ 强度破坏资料,由式(7) 中第一个方程建立起三个联立的代数方程求出 *A*, *B*和 *D*。同理,通过三个不同应力水平的岩石三轴 伸长 $(s_1 = s_2 > s_3, q_s = 30^\circ)$ 强度破坏资料,由式 (7)中第二个方程建立起三个联立的代数方程求出 *A*', *B*'和 *D*'。这样,通过常规的三轴压缩和三轴 伸长的强度试验资料,就建立起了岩石双剪强度准 则的推广型式。

2.2 岩石双剪强度准则的转换

文献[7]给出的 s_1 , s_2 和 s_3 的表达式为:

$$\begin{cases} \boldsymbol{s}_{1} \\ \boldsymbol{s}_{2} \\ \boldsymbol{s}_{3} \end{cases} = \boldsymbol{s}_{m} + \sqrt{2}\boldsymbol{t}_{8} \begin{cases} \sin(\boldsymbol{q}_{s} + 2\boldsymbol{p}/3) \\ \sin \boldsymbol{q}_{s} \\ \sin(\boldsymbol{q}_{s} - 2\boldsymbol{p}/3) \end{cases}$$
(8)

将式(8)代入式(7)并整理得:

$$\boldsymbol{t}_{8} = \frac{2\sqrt{2}}{(3+A)(\sqrt{3}\cos\boldsymbol{q}_{s} - \sin\boldsymbol{q}_{s})} (D - 2A\boldsymbol{s}_{m} - B\boldsymbol{s}_{m}^{2}), - 30^{\circ} \leq \boldsymbol{q}_{s} \leq \boldsymbol{q}_{scr} \boldsymbol{t}_{8} = \frac{2\sqrt{2}}{(3-A')(\sqrt{3}\cos\boldsymbol{q}_{s} + \sin\boldsymbol{q}_{s})} (D' - 2A'\boldsymbol{s}_{m} - B'\boldsymbol{s}_{m}^{2}), \boldsymbol{q}_{scr} \leq \boldsymbol{q}_{s} \leq 30^{\circ}$$

式(9)中的qscr 可令式(9)中的两式相等求出。

由式 (9) 可看出, 双剪强度准则具有 $t_8 = g(q_s) \cdot f(s_m)$ 的函数型式。其中 $g(q_s)$ 是洛德 角 q_s 的角隅函数, $f(s_m)$ 是平均主应力 s_m 的非线 性函数。

Zienkiewicz 等^[1,7]构造了一个广义的三剪岩土 强度准则,为:

$$F = A_1 \boldsymbol{s}_m^2 + B_1 \boldsymbol{s}_m + C_1 + \left(\frac{J_2}{g(\boldsymbol{q}_s)}\right)^2 = 0 \qquad (10)$$

式中 A_1 , B_1 和 C_1 为材料系数, J_2 为偏应力的第二 不变量。

显然,式(9)表达的双剪强度准则与式(10)的 Zienkiewicz 三剪强度准则具有类似的表达型式。与 式(10)不同之处在于,式(9)表达的双剪强度准则在 $-30^{\circ} \le q_s \le q_{scr}$ 三轴压缩一侧和在 $q_{scr} \le q_s \le 30^{\circ}$ 三轴伸长一侧分别有不同的 $g(q_s)$ 和 $f(s_m)$ 的表达 式。

在式(9)中,当 q_s 为一常数时,在子午面上 $t_8 \sim s_m$ 之间的曲线关系如图 1 所示,呈现出外凸 性。

同时,对式(9),相应的分段角隅函数为:

$$g_{1}(\boldsymbol{q}_{s}) = \frac{2\sqrt{2}}{(3+A)(\sqrt{3}\cos\boldsymbol{q}_{s} - \sin\boldsymbol{q}_{s})}, \\ -30^{\circ} \leq \boldsymbol{q}_{s} \leq \boldsymbol{q}_{scr} \\ g_{2}(\boldsymbol{q}_{s}) = \frac{2\sqrt{2}}{(3-A')(\sqrt{3}\cos\boldsymbol{q}_{s} + \sin\boldsymbol{q}_{s})}, \\ \boldsymbol{q}_{scr} \leq \boldsymbol{q}_{s} \leq 30^{\circ} \end{cases}$$
(11)

该角隅函数满足以下两条件:

$$\frac{\mathrm{d}g_{1}(\boldsymbol{q}_{s})}{\mathrm{d}\boldsymbol{q}_{s}}\Big|_{\boldsymbol{q}_{s}=-30^{\circ}} = 0 \, \mathrm{fl} \frac{\mathrm{d}g_{2}(\boldsymbol{q}_{s})}{\mathrm{d}\boldsymbol{q}_{s}}\Big|_{\boldsymbol{q}_{s}=30^{\circ}} = 0$$

$$(2) \quad \frac{1}{g_{1}(\boldsymbol{q}_{s})} + \left(\frac{1}{g_{1}(\boldsymbol{q}_{s})}\right)'' \ge 0 \, \mathrm{fl}$$

$$\frac{1}{g_{2}(\boldsymbol{q}_{s})} + \left(\frac{1}{g_{2}(\boldsymbol{q}_{s})}\right)'' \ge 0$$

$$\mathrm{ffl} = \frac{1}{g_{2}(\boldsymbol{q}_{s})} + \left(\frac{1}{g_{2}(\boldsymbol{q}_{s})}\right)'' \ge 0$$

所以,当 s_m 为一常数时,式(9)能够满足在p平面上外凸性的要求,并且可证明出在 $q_s = q_{scr}$ 处的导数 d t_g /d q_s 值并不唯一,这说明式(9)所示的双剪强度准则在 q_{scr} 处具有"角棱"。后面还要说明, 对岩土类材料, q_{scr} 并不是固定不变的,它随 s_m 的增大而逐步增大,并朝着均质化的方向发展。

综合 q_s 为常数和 s_m 为常数的两种情况,可知式(9)所示的双剪强度准则在主应力空间满足外凸性的要求,它在p平面上的曲线轨迹如图 2 所示。



图 2 **p** 平面上岩石的强度曲线

Fig.2 Rock strength curve on p plane

文献[8]指出, William-Warnke 混凝土五参数强 度准则为:

$$\frac{\mathbf{r}_{c}}{\sqrt{5}f_{c}} = a_{0} + a_{1}\frac{\mathbf{s}_{m}}{f_{c}} + a_{2}(\frac{\mathbf{s}_{m}}{f_{c}})^{2}, \mathbf{q}_{s} = -30^{\circ} \left\{ \frac{\mathbf{r}_{t}}{\sqrt{5}f_{c}} = b_{0} + b_{1}\frac{\mathbf{s}_{m}}{f_{c}} + b_{2}(\frac{\mathbf{s}_{m}}{f_{c}})^{2}, \mathbf{q}_{s} = 30^{\circ} \right\}$$
(12)

式中 f_c 为混凝土的单轴抗压强度 , r_c 为三轴压缩 ($s_1 > s_2 = s_3$)状态下 p 平面上的偏应力 , r_t 为三轴 伸长($s_1 = s_2 > s_3$)状态下 p 平面上的偏应力。任一 状态下 p 平面上的偏应力为 :

$$\mathbf{r}(\mathbf{s}_{m}, \mathbf{q}_{s}) = \frac{2\mathbf{r}_{c}(\mathbf{r}_{c}^{2} - \mathbf{r}_{t}^{2})\cos(30^{\circ} - \mathbf{q}_{s})}{4(\mathbf{r}_{c}^{2} - \mathbf{r}_{t}^{2})\cos^{2}(30^{\circ} - \mathbf{q}_{s}) + (\mathbf{r}_{c} - 2\mathbf{r}_{t})^{2}} + \frac{\mathbf{r}_{c}(2\mathbf{r}_{t} - \mathbf{r}_{c})[4(\mathbf{r}_{c}^{2} - \mathbf{r}_{t}^{2})\cos^{2}(30^{\circ} - \mathbf{q}_{s}) + 5\mathbf{r}_{t}^{2} - 4\mathbf{r}_{t}\mathbf{r}_{c}]^{\frac{1}{2}}}{4(\mathbf{r}_{c}^{2} - \mathbf{r}_{t}^{2})\cos^{2}(30^{\circ} - \mathbf{q}_{s}) + (\mathbf{r}_{c} - 2\mathbf{r}_{t})^{2}}$$
(13)

显然,William-Warnke 五参数强度准则没有式 (7)或式(9)表示的双剪强度准则来得简洁。

2.3 验证工作

验证 :文献[4]给出的花岗岩极限强度的试验 结果如表 1 所列。

表 1 花岗岩的真三轴强度试验结果 Table 1 True triaxial strength testing results of granite

 s_{3}/s_{0} $s_2 / s_0, s_1 / s_0, q_s$ 0.3,1.2, 0.63,1.23, 0.77,1.18, 0.9,1.1, 1.08,1.08, 0,1, 0.00 0.81 ° 9.99 ° 20.17 ° 30 ° - 16.1 ° 30 ° 0.08,1.26, 0.33,1.7, 0.4,1.8, 0.52,1.88, 0.9,1.68, 1.44,1.44 0.06 29.17 ° - 19.38 ° - 15.94 ° 1.23 ° 30 ° - 21.17 ° 0.38,2.08, 0.58,2.47, 0.8,2.8, 1.03,3.0, 1.13,2.87, 1.33,2.4, 0.2,1.7, 0.19 - 24.76 ° - 29.67 ° - 20.8 ° - 17.09 ° - 13.07 ° - 9.78 ° 1.05 °

注: $oldsymbol{s}_0$ 为花岗石的单轴抗压强度。

将 q_s = -30° 或接近 -30° 的三个岩石强度试验 结果(0,0,1), (0.06,0.08,1.26)和(0.19,0.2,1.7)分别代 入式(7)中的第一式,联立三个方程求出 A=-0.6149, $B=0.1211/s_0$ 和 $D=0.3986s_0$ 。

将 $s_0 \approx 1^\circ$ 的 三 个 岩 石 强 度 试 验 结 果 (0,0.63,1.23),(0.06,0.9,1.68)和(0.19,1.33,2.4)分别代 入 式 (7) 中 的 第 二 式 , 联 立 三 个 方 程 求 出 $A' = -0.7612, B' = 0.0505/s_0 \pi D' = 0.2415s_0$ 。

这样求出的花岗岩双剪强度准则的方程为:

$$t_{8} = \frac{1.1857}{\sqrt{3}\cos q_{s} - \sin q_{s}}}$$

$$\cdot (0.3986 s_{0} + 1.2298 s_{m} - 0.1211 \frac{s_{m}^{2}}{s_{0}}),$$

$$t_{12} + A(s_{13} + s_{12}) + Bs_{m}^{2} - D \ge t_{23}}$$

$$+ A'(s_{13} + s_{23}) + B's_{m}^{2} - D'$$

$$t_{8} = \frac{0.7519}{\sqrt{3}\cos q_{s} + \sin q_{s}}}$$

$$(0.2415 s_{0} + 1.5224 s_{m} - 0.0505 \frac{s_{m}^{2}}{s_{0}}),$$

$$t_{12} + A(s_{13} + s_{12}) + Bs_{m}^{2} - D$$

$$\leq t_{23} + A'(s_{13} + s_{23}) + B's_{m}^{2} - D'$$

(14)

依据表 1,比较式(6)的试验结果和式(14)的计 算结果如图 3(a)所示,两者间最大的相对误差不超 过 4.36%,这说明式(14)给出的双剪强度准则在预 测花岗岩强度特性上是可信的。

验证 :文献[4]给出的大理岩极限强度的试验 结果如表 2 所列。

表 2 大理岩的真三轴强度试验结果

Table 2 True triaxial strength testing results of marble

$oldsymbol{s}_3$ / $oldsymbol{s}_0$				${m s}_{2} / {m s}_{0}, {m s}_{1} / {m s}_{0}, {m q}_{s}$					
0.00	0,1, -30°	0.1,1.07, -25.15°	0.2,1.07, -19.88°	0.3,1.2, -16.1°	0.63,1.1, 4.8°				
0.13	0.13,1.63,	0.37,1.93,	0.47,2.1,	0.75,2,	0.97,2.03,	1.33,1.93,	1.67,1.68,		
	-30°	-22.95°	-20.71°	-11.01°	-3.83°	10.89°	29.68°		
0.40	0.4,2.4,	0.7,2.57,	0.92,2.85,	0.93,2.87,	1.13,2.93,	1.4,3.0,	1.75,2.75,		
	-30°	-22.67°	-18.38°	-18.24°	-13.72°	-7.59°	4.91°		

注: S_0 为大理岩的单轴抗压强度。

将 $q_s = -30^\circ$ 的三个岩石强度试验结果(0,0,1), (0.13,0.13,1.63)和(0.4,0.4,2.4)分别代入式(7)中的第 一式,联立三个方程求出A = -0.8559, $B = 0.5265/s_0 和 D = 0.2026s_0$ 。

将 q_s = 4.8°,10.89°和4.91°的三个岩石强度试验 结果(0,0.63,1.1), (0.13,1.33,1.93)和(0.4,1.75,2.75)分 别代入式(7)中的第二式,联立三个方程求出

$A' = -1.367, B' = 0.6231/s_0$ 和 $D' = -0.1103s_0$ 。 这样求出的大理岩双剪强度准则的方程为:

$$t_{8} = \frac{1.319}{\sqrt{3}\cos q_{s} - \sin q_{s}} (0.2026s_{0} + 1.7118s_{m} - 0.5265\frac{s_{m}^{2}}{s_{0}}),$$

$$t_{12} + A(s_{13} + s_{12}) + Bs_{m}^{2} - D$$

$$\geq t_{23} + A'(s_{13} + s_{23}) + B's_{m}^{2} - D'$$

$$t_{8} = \frac{0.6476}{\sqrt{3}\cos q_{s} + \sin q_{s}} (-0.1103s_{0} + 2.734s_{m} - 0.6231\frac{s_{m}^{2}}{s_{0}}),$$

$$t_{12} + A(s_{13} + s_{12}) + Bs_{m}^{2} - D$$

$$\leq t_{23} + A'(s_{13} + s_{23}) + B's_{m}^{2} - D'$$
(15)



图 3 双剪强度准则与岩石的真三轴试验结果对比

Fig.3 Comparison between twin shear strength criterion and

rock true triaxial testing results

依据表 2,比较式(6)的试验结果和式(15)的计 算结果如图 3(b)所示,两者间最大的相对误差不超 过 7.05%,这说明式(15)给出的双剪强度准则在预 测大理岩强度特性上是可信的,与实测结果有良好 的一致性。

3 对岩石强度特性的进一步探讨

3.1 花岗岩强度特性

由式(14),在三轴压缩($s_1 > s_2 = s_3$)状态下, 花岗岩在 $q_s = -30^\circ$ 子午面上的强度关系为:

$$\boldsymbol{t}_{8c} = 0.5929(0.3986\boldsymbol{s}_0 + 1.2298\boldsymbol{s}_m - 0.1211\frac{\boldsymbol{s}_m^2}{\boldsymbol{s}_0}) \quad (16)$$

$$f_1(\boldsymbol{s}_m) = 0.3986\boldsymbol{s}_0 + 1.2298\boldsymbol{s}_m - 0.1211\frac{\boldsymbol{s}_m^2}{\boldsymbol{s}_0} \qquad (17)$$

在三轴伸长($s_1 = s_2 > s_3$)状态下,花岗岩在 $q_s = 30^\circ$ 子午面上的强度关系为:

$$\boldsymbol{t}_{8t} = 0.376(0.2415\boldsymbol{s}_0 + 1.5224\boldsymbol{s}_m - 0.0505\frac{\boldsymbol{s}_m^2}{\boldsymbol{s}_0}) \quad (18)$$

$$f_2(\boldsymbol{s}_m) = 0.2415\boldsymbol{s}_0 + 1.5224\boldsymbol{s}_m - 0.0505\frac{\boldsymbol{s}_m^2}{\boldsymbol{s}_0} \qquad (19)$$

对某一 \boldsymbol{s}_m 值,令式(14)中的两式相等可求出

 q_{scr} ,将 q_{scr} 反代入式(14)中任一式,就求出了在 s_m 应力水平下p平面上的最大偏应力 t_{sm} 。依据 表 1,在 $s_m = (0.3 \sim 1.5)s_0$ 范围内,花岗岩在p平 面上的强度特性如表 3 所列。

表 3 花岗岩在 p 平面上的强度特性

Table 3	Granite strength	characteristics of	on i	D	plar
i aoie o	oranice bullingui	ental accentioned a	JII		pru

$oldsymbol{s}_m/oldsymbol{s}_0$	0.3	0.5	0.7	0.9	1.1	1.3	1.5
$f_1(\boldsymbol{s}_m)/\boldsymbol{s}_0$	0.7566	0.9832	1.2001	1.4073	1.6049	1.7927	1.9708
$m{t}_{8c}/m{s}_0$	0.4486	0.5829	0.7115	0.8343	0.9514	1.0628	1.1684
$f_2(\boldsymbol{s}_m)/\boldsymbol{s}_0$	0.6937	0.9901	1.2824	1.5708	1.855	2.1353	2.4115
$oldsymbol{t}_{8t}/oldsymbol{s}_{0}$	0.2608	0.3722	0.4821	0.5905	0.6974	0.8028	0.9066
q_{scr}	-24.63°	-20.91°	-18.41°	-16.51°	-14.94°	-13.57°	-12.33°
$\boldsymbol{t}_{8m}/\boldsymbol{s}_0$	0.4506	0.5903	0.7263	0.8580	0.9853	1.1081	1.2263
t_{8c} / t_{8t}	1.7202	1.5661	1.4758	1.4129	1.3643	1.3239	1.2888
$t_{8m}^{}/t_{8t}^{}$	1.7278	1.586	1.5065	1.4530	1.4128	1.3803	1.3526

3.2 大理岩强度特性

由式(15),在三轴压缩($s_1 > s_2 = s_3$)状态下, 大理岩在 $q_s = -30^\circ$ 子午面上的强度关系为:

$$\boldsymbol{t}_{8c} = 0.6595(0.2026\boldsymbol{s}_0 + 1.7118\boldsymbol{s}_m - 0.5265\frac{\boldsymbol{s}_m^2}{\boldsymbol{s}_0}) (20)$$
$$f_1(\boldsymbol{s}_m) = 0.2026\boldsymbol{s}_0 + 1.7118\boldsymbol{s}_m - 0.5265\frac{\boldsymbol{s}_m^2}{\boldsymbol{s}_0} \quad (21)$$

在三轴伸长($s_1 = s_2 > s_3$)状态下,大理岩在 $q_s = 30^\circ$ 子午面上的强度关系为:

$$\boldsymbol{t}_{8c} = 0.3238(-0.1103\boldsymbol{s}_0 + 2.734\boldsymbol{s}_m - 0.6231\frac{\boldsymbol{s}_m^2}{\boldsymbol{s}_0}) \quad (22)$$

$$f_2(\boldsymbol{s}_m) = -0.1103 \boldsymbol{s}_0 + 2.734 \boldsymbol{s}_m - 0.6231 \frac{\boldsymbol{s}_m^2}{\boldsymbol{s}_0} \quad (23)$$

对某一 s_m 值,由式(15)同理可求出 q_{scr} 及其对 应的p平面上的最大偏应力 t_{8m} 。依据表 2,在 $s_m = (0.3 \sim 1.7)s_0$ 范围内,大理岩在p平面上的强 度特性如表 4 所列。

表4 大理岩在 **p** 平面上的强度特性

Table 4	Marble strength characteristics on	р	plane
---------	------------------------------------	---	-------

			5				1			
$\boldsymbol{s}_m/\boldsymbol{s}_0$	С	0.3	0.5	0.7	0.9	1.1	1.3	1.5	1.7	
$f_1(\boldsymbol{s}_m)/$	$oldsymbol{s}_0$	0.6688	0.9269	1.1429	1.3168	1.4485	1.5382	1.5857	1.5911	
t_{8c}/s	0	0.441	0.6113	0.7537	0.8684	0.9553	1.0144	1.0458	1.0493	
$f_2(\boldsymbol{s}_m)/$	\boldsymbol{s}_0	0.6538	1.1009	1.4982	1.8456	2.1432	2.3909	2.5887	2.7367	
$m{t}_{8t}$ / $m{s}$	0	0.2117	0.3565	0.4851	0.5976	0.694	0.7742	0.8382	0.8862	
q_{scr}		-30°	-24.51°	-20.59°	-17.74°	-15.35°	-13.1°	-10.81°	-8.31°	
t_{8m}/s_0	0	0.441	0.6141	0.764	0.8887	0.9874	1.0602	1.1073	1.1293	
t_{8c} / t_8	ŝt	2.0831	1.7147	1.5538	1.4532	1.3766	1.3103	1.2477	1.1841	
t_{8m}/t_{8}	ŝi.	2.0831	1.7226	1.575	1.4871	1.4228	1.3694	1.321	1.2743	

4 结语

(1) 本文提出了由岩石常规的三轴压缩 $(s_1 > s_2 = s_3)$ 试验和三轴伸长 $(s_1 = s_2 > s_3)$ 试验确 定岩石强度准则的方法,通过两个实例,证明了本 文提出的方法是合理的。同时,本文提出的确定岩 石强度准则的方法另一优点是避开了岩石内聚力 c和内摩擦角**j**测定困难这一矛盾。

(2) 本文已证明出,双剪强度准则具有 $t_8 = g(q_s) \cdot f(s_m)$ 的函数型式。这说明双剪强度准 则与 Zienkiewicz 等提出的广义岩土三剪岩石强度 准则型式相一致,同时推广的双剪强度准则表达式 (7)或(9)比 William-Warnke 混凝土五参数强度准则 的表达式更简洁。

(3) 对式(9),本文从 $q_s = 常数和 s_m = 常数两个$ 方面论证了推广的双剪强度准则在主应力空间中 是外凸的,但在 $q_s = q_{sr}$ 处存在"角棱"。

(4) 中间主应力 s_2 对岩石抗剪强度的影响有 两方面的解释。一方面,随着 s_2 的增大,导致 q_s 的 变化,从而引起了函数值 $g(q_s)$ 的变化;另一方面, s_2 的增大也引起了 s_m 的变化,最终导致了函数值 $f(s_m)$ 的变化。所以中间主应力 s_2 对岩石抗剪强 度的影响是函数 $g(q_s)$ 与 $f(s_m)$ 两者乘积的综合结 果。

(5) 表 3 和表 4 的计算结果表明, t_{sc}/t_{st} 随平 均主应力水平 s_m 的变化而变化。在较低的 s_m 应力 水平下, t_{sc}/t_{st} 比值较大;但在较高的 s_m 应力水 平下, 如 $s_m \ge 1.7s_0$, t_{sc}/t_{st} 的比值逐步接近于 1.0。这一方面说明了岩石类这一拉压强度不等的材 料,随 s_m 应力水平的增大,有逐步向均质化方向 发展的趋势;另一方面也说明了 Drucker-Prager 屈 服强度准则对较低 s_m 应力水平的岩石类材料是不 适用的。

(6) 表 3 和表 4 的计算结果表明, p 平面上与 t_{8m} 对应的 q_{scr} 并不是一成不变的, 它随 s_m 应力水 平的提高而逐步增加直至接近于 0°。这也与岩石 类材料随 s_m 增大表现为均质化的趋势相统一, 是 符合实际结果的。

(7) 表 3 和表 4 的计算结果表明,随着 s_m 应力 水平的增大,在 $-30^{\circ} \le q_s \le q_{scr}$ 三轴压缩一侧的函 数 $f_1(s_m)$ 值增大幅度相对较小;但在 $q_{scr} \le q_s \le -30^{\circ}$ 三轴伸长一侧的函数 $f_2(s_m)$ 值增 大的幅度相对较大,从而使岩石类材料 $t_{sc} \ge t_{sr}$ 之间的差值得到了较快地缩小,同时也相应地导致了 q_{scr} 值的逐步增大。这说明本文提出的双剪强度准则推广型式式(7)或式(9)通过对 q_s 分区间设置不同的 $g(q_s)$ 和 $f(s_m)$ 函数型式,能够模拟 t_{sc}/t_{st} 随 s_m 的变化而变化的趋势,从而克服了式(10)中 t_{sc}/t_{st} 不随 s_m 变化而变化这一弊端。

参考文献:

 俞茂宏,著.双剪应力强度理论研究[M].西安:西 安交通大学出版社,1989.

Yu Maohong. On the twin shear stress strength theory [M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 1989. (in Chinese)

 [2] 俞茂宏. 岩土材料的统一强度理论及其应用[J]. 岩 土工程学报, 1994,16(2):1-10.
 Yu Maohong. Unified strength theory for geomaterials and

its applications[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1994, 16(2):1-10.

- [3] 俞茂宏,等. 20世纪岩石强度理论的发展[J]. 岩石 力学与工程学报, 2000,19(5):545-549.
 Yu Maohong, et al. Development of rock strength theory in 20 century[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2000, 19(5):545-549.
- [4] 李小春.岩石中间主应力效应研究及强度理论的验证与发展[D].武汉:中国科学院岩土力学研究所, 1990.

Lee Xiaochun. Influence of intermediate principal stress

on rock strength and verification of strength theory[D]. Wuhan: Institute of Rock and Soil Mechanics, Academia Sinica, 1990. (in Chinese)

- [5] 高延法,陶振宇.岩石强度准则的真三轴压力试验 与分析[J]. 岩土工程学报, 1993,15(4):26-32.
 Gao Yanfa, Tao Zhenyu. Examination and analysis of true triaxial compression testing of strength criteria of rock [J].
 Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1993, 15(4):26-32.
- [6] 沈珠江.关于破坏准则和屈服函数的总结[J]. 岩土 工程学报, 1995,17(1):1-8.
 Shen Zhujiang. Report about failure criteria and yield functions[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1995, 17(1):1-8.
- [7] 郑颖人,龚晓南,编著. 岩土塑性力学基础[M]. 北京:中国建筑工业出版社,1989.
 Zhen Yingren, Gong Xiaonan. Plastic theory of geotechnics [M]. Beijing: China Building Industry Press, 1989. (in Chinese)
- [8] 沈聚敏,王传志,江见鲸,著. 钢筋混凝土有限元 与板壳极限分析[M]. 北京:清华大学出版社, 1993. Shen Juming, et al. Finite element method of reinforced concrete and limit analysis of slabs and shells [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1993. (in Chinese)