

文章编号：1000-4750(2004)04-0204-05

轴对称条件下层状弹性体超孔隙水压力的求解

彭永恒^{1,2}, 任瑞波³, 宋凤立⁴, 张肖宁⁵

(1. 哈尔滨工业大学交通学院, 哈尔滨 150001; 2. 大连民族学院土木建筑工程系, 辽宁 大连 116600;
3. 山东建筑工程学院土木工程系, 山东 济南 250014; 4. 黑龙江工程学院路桥系, 黑龙江 哈尔滨 150050;
5. 华南理工大学交通学院, 广州 510640)

摘 要: 利用积分变换和传递矩阵的方法推导了动荷载作用下路基路面层状弹性体超孔隙水压力轴对称问题的解析解。该方法概念清晰, 公式简洁, 易于应用。利用 Laplace 逆变换的数值方法, 对层状弹性体的超孔隙水压力进行了分析与研究。

关键词: 结构力学; 超孔隙水压力; 轴对称; 传递矩阵; 层状弹性体

中图分类号: U416 文献标识码: A

AN AXISYMMETRIC SOLUTION OF MULTI-LAYERED ELASTIC BODY SUPER-PRESSURE IN SMALL OPENING WATER

PENG Yong-heng^{1,2}, REN Rui-bo³, SONG Feng-li⁴, ZHANG Xiao-ning⁵

(1. Communication College, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001;
2. Department of Civil Engineering & Architecture, Dalian Nationalities University, Dalian 116600, China;
3. Department of Civil Engineering, Shandong Architecture and Civil Engineering College, Jinan 250014, China;
4. Department of Road and Bridge, Heilongjiang Engineering College, Harbin 150050, China
5. Communication College, Huanan University of Technology, Guangzhou 510641, China)

Abstract: In the paper, an axisymmetric solution is derived for the super-pressure multi-layered elastic body in small opening water on sub-grade and pavement under dynamic load. The concept of the method is clear, and the corresponding formulae are simple and convenient for application. A numerical solution to inverse Laplace transform is successfully introduced in this paper to analyze the super-pressure of the multi-layered elastic body in small opening water.

Key words: structural mechanics; super-pressure in small opening water; axisymmetry; transfer matrix; multi-layered elastic body

1 前言

水对于沥青路面的危害极大, 当水沿着沥青路面的裂缝和孔隙渗入到路面结构内部时, 在行车荷载作用下, 由于水来不及排出而产生超压状态。将

使路面结构产生剥落、松散, 最终导致结构破坏。研究在动荷载作用下沥青路面结构渗水后产生的超孔隙水压力, 不仅有一定的理论价值, 而且也有一定的实际意义。有关动荷载作用下路基路面层状

收稿日期: 2002-12-28; 修改日期: 2003-03-28

作者简介: 彭永恒(1958), 男, 山东莱州人, 副教授, 博士生, 从事路面结构工程研究(E-mail: pyhgr@dlnu.edu.cn);
任瑞波(1970), 男, 山东烟台人, 副教授, 博士后, 从事路面结构工程研究;
宋凤立(1963), 男, 内蒙古赤峰人, 副教授, 从事路面结构工程研究;
张肖宁(1951), 男, 黑龙江哈尔滨人, 博士, 博士生导师, 主要从事道路工程结构研究

弹性体系超孔隙水压力轴对称问题方面的文章，目前国内外还很少有报告。本文采用弹性理论模型^[1]，从弹性动力学及现代控制论等理论出发^[2]，采用传递矩阵法^[3]，引入 F.Durbin 的 Laplace 逆变换数值方法^[4]，对动荷载作用下层状弹性体超孔隙水压力轴对称问题进行了推导，为今后的具体分析工作打下了良好的基础。该方法概念清晰，公式简洁，易于应用。

本文中从用有效应力及超孔隙水压力表示的空间轴对称动力平衡方程、用有效应力表示的物理方程及超孔隙水压力表示的渗流连续微分方程等关于时间 t 的 LAPLACE 变换式出发，构造基本量(径向位移 u 、竖向位移 w 、超孔隙水压力 u' 、剪应力 t 、竖向正压力 s_z 及水流竖向流速 n)关于 z 及坐标 r 偏微分之间的矩阵关系式，再对该关系式两边进行关于坐标 r 的 HANKEL 变换，得到矩阵常微分方程，解此矩阵方程即得到传递矩阵，再利用 LAPLACE 及 HANKEL 逆变换，通过计算机编程，从而求解超孔隙水压力轴对称问题。

2 基于弹性理论传递矩阵的推导

文中推导过程中的符号约定：有效应力以拉为正，压为负，孔隙水压力以压为正，位移以拉为正。

2.1 动力方程

经关于时间 t 的 Laplace 变换的用有效应力及超孔隙水压力表示的空间轴对称问题动力平衡方程^[5]为(在不计体力)：

$$\frac{\partial \tilde{s}'_r(r, z, s)}{\partial r} + \frac{\partial \tilde{t}_{rz}(r, z, s)}{\partial z} + \frac{\tilde{s}'_r(r, z, s) - \tilde{s}'_q(r, z, s)}{r} - \frac{\partial \tilde{u}'(r, z, s)}{\partial r} = r s \tilde{u}(r, z, s) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tilde{s}'_z(r, z, s)}{\partial z} + \frac{\partial \tilde{t}_{rz}(r, z, s)}{\partial r} + \frac{\tilde{t}_{rz}(r, z, s)}{r} - \frac{\partial \tilde{u}'(r, z, s)}{\partial z} = r s^2 \tilde{w}(r, z, s) \quad (2)$$

经关于时间 t 作 Laplace 变换的物理方程为：

$$\tilde{s}'_r(r, z, s) = (I + 2G) \frac{\partial \tilde{u}(r, z, s)}{\partial r} + I \frac{\tilde{u}(r, z, s)}{r} + I \frac{\partial \tilde{w}(r, z, s)}{\partial z} \quad (3)$$

$$\tilde{s}'_q(r, z, s) = I \frac{\partial \tilde{u}(r, z, s)}{\partial r} + (I + 2G) \frac{\tilde{u}(r, z, s)}{r} + I \frac{\partial \tilde{w}(r, z, s)}{\partial z} \quad (4)$$

$$\tilde{s}'_z(r, z, s) = I \frac{\partial \tilde{u}(r, z, s)}{\partial r} + I \frac{\tilde{u}(r, z, s)}{r} + (I + 2G) \frac{\partial \tilde{w}(r, z, s)}{\partial z} \quad (5)$$

$$\tilde{t}_{rz}(r, z, s) = G \left(\frac{\partial \tilde{u}(r, z, s)}{\partial z} + \frac{\partial \tilde{w}(r, z, s)}{\partial r} \right) \quad (6)$$

式中：

$$I = \frac{mE}{(1+m)(1-2m)} \quad G = \frac{E}{2(1+m)}$$

将(3)、(4)式代入(1)式整理得：

$$\begin{aligned} & \frac{E(1-m)}{(1+m)(1-2m)} \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial r^2} + \frac{E(1-m)}{(1+m)(1-2m)} \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial r} \\ & + \frac{mE}{(1+m)(1-2m)} \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial z \partial r} + \frac{\partial \tilde{t}_{rz}}{\partial z} \\ & - \frac{E(1-m)}{(1+m)(1-2m)} \frac{\tilde{u}}{r^2} - \frac{\partial \tilde{u}'}{\partial r} = r s^2 \tilde{u} \end{aligned} \quad (7)$$

再将(5)式对坐标 r 求偏导，整理得：

$$\begin{aligned} & \frac{mE}{(1+m)(1-2m)} \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial r^2} + \frac{mE}{(1+m)(1-2m)} \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial r} \\ & - \frac{mE}{(1+m)(1-2m)} \frac{1}{r^2} \tilde{u} \\ & + \frac{E(1-m)}{(1+m)(1-2m)} \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial z \partial r} - \frac{\partial \tilde{s}'_z}{\partial r} = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

联立(7)、(8)式，消去 $\frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial z \partial r}$ 项得：

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{t}_{rz}}{\partial z} = & - \frac{E}{1-m} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \right) \tilde{u} \\ & - \frac{m}{1-m} \frac{\partial \tilde{s}'_z}{\partial r} + \frac{\partial \tilde{u}'}{\partial r} + r s^2 \tilde{u} \end{aligned} \quad (9)$$

2.2 关于时间 t 的 Laplace 变换的渗流连续微分方程^[6]为：

$$\begin{aligned} s \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial r} + \frac{\tilde{u}}{r} + \frac{\partial \tilde{w}}{\partial z} \right) &= k \left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \tilde{u}' \\ &= k \left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right] \tilde{u}' + k' \frac{\partial^2 \tilde{u}'}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (10)$$

并记 $k/r_w = k'$ ，令：

$$\tilde{v} = k' \frac{\partial \tilde{u}'}{\partial z} \quad (11)$$

则：

$$s \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial r} + \frac{\tilde{u}}{r} + \frac{\partial \tilde{w}}{\partial z} \right) = k' \left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right] \tilde{u}' + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial z} \quad (12)$$

由式(12)、(5)得：

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial z} = & s \frac{2G}{I + 2G} \left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) \tilde{u} + s \frac{1}{I + 2G} \tilde{s}'_z \\ & - k' \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) \tilde{u}' \end{aligned} \quad (13)$$

由式(2)、(5)、(6)、(9)、(11)、(13)整理并对其两边作关于坐标 r 的 Hankel 变换，得到式(14)的矩阵常微分方程：

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{w} \\ \tilde{u}' \\ \tilde{t}_{rz} \\ \tilde{S}'_z \\ \tilde{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{x} & 0 & 2(1+m) & 0 & 0 \\ -\frac{m}{1-m} \mathbf{x} & 0 & 0 & E & (1+m)(1-2m) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & E(1-m) & 0 \\ E & \mathbf{x}^2 + rs^2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1-m^2 & 0 & -\mathbf{x} & 0 & m & k' \\ 0 & rs^2 & 0 & -\mathbf{x} & 1-m & 0 \\ 1-2m & s\mathbf{x} & 0 & k'\mathbf{x}^2 & 0 & 1 \\ 1-m & 0 & 0 & 0 & (1+m)(1-2m) & k' \\ & & & & E(1-m) & s & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{w} \\ \tilde{u}' \\ \tilde{t}_{rz} \\ \tilde{S}'_z \\ \tilde{v} \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中： $\tilde{w}(\mathbf{x}, z, s)$ 、 $\tilde{u}'(\mathbf{x}, z, s)$ 、 $\tilde{S}'_z(\mathbf{x}, z, s)$ 、 $\tilde{v}(\mathbf{x}, z, s)$ 为 $\tilde{w}(r, z, s)$ 、 $\tilde{u}'(r, z, s)$ 、 $\tilde{S}'_z(r, z, s)$ 、 $\tilde{v}(r, z, s)$ 的零阶 Hankel 变换，即：

$$\tilde{f}(\mathbf{x}, z, s) = \int_0^\infty r \tilde{f}(r, z, s) J_0(\mathbf{x}r) dr$$

$\tilde{u}(\mathbf{x}, z, s)$ 、 $\tilde{t}_{rz}(\mathbf{x}, z, s)$ 为 $\tilde{u}(r, z, s)$ 、 $\tilde{t}_{rz}(r, z, s)$ 的一阶 Hankel 变换，即：

$$\tilde{f}(\mathbf{x}, z, s) = \int_0^\infty r \tilde{f}(r, z, s) J_1(\mathbf{x}r) dr$$

2.3 状态方程

令状态向量

$$\tilde{X}(\mathbf{x}, z, s) = [\tilde{u}(\mathbf{x}, z, s), \tilde{w}(\mathbf{x}, z, s), \tilde{u}'(\mathbf{x}, z, s), \tilde{t}_{rz}(\mathbf{x}, z, s), \tilde{S}'_z(\mathbf{x}, z, s), \tilde{v}(\mathbf{x}, z, s)]^T \quad (15)$$

则(14)式变成下列状态方程：

$$\frac{\partial}{\partial z} [\tilde{X}(\mathbf{x}, z, s)] = A(\mathbf{x}, s) \tilde{X}(\mathbf{x}, z, s) \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} -I' & \mathbf{x} & 0 & 2(1+m) & 0 & 0 \\ -\frac{m}{1-m} \mathbf{x} & -I' & 0 & E & (1+m)(1-2m) & 0 \\ 0 & 0 & -I' & 0 & E(1-m) & 1 \\ E & \mathbf{x}^2 + rs^2 & 0 & 0 & 0 & k' \\ 1-m^2 & 0 & -\mathbf{x} & -I' & m & 0 \\ 0 & rs^2 & 0 & -\mathbf{x} & 1-m & 1 \\ 1-2m & s\mathbf{x} & 0 & k'\mathbf{x}^2 & 0 & k' \\ 1-m & 0 & 0 & 0 & (1+m)(1-2m) & s & -I' \\ & & & & E(1-m) & & \end{bmatrix} = 0 \quad (20)$$

由文献[3]的方法即可求得(20)式的特征值 $A(\mathbf{x}, s)$ 和传递矩阵 $T(\mathbf{x}, s)$ 。

3 利用传递矩阵求解轴对称条件下层状弹性体系超孔隙水压力问题

通过上面的推导，我们建立了以下状态方程：

$$\tilde{X}(\mathbf{x}, z, s) = T(\mathbf{x}, s) \tilde{X}(\mathbf{x}, 0, s) \quad (21)$$

对于图 1 所示的多层弹性体系其边界条件为：

根据现代控制论式(16)的解为：

$$\tilde{X}(\mathbf{x}, z, s) = \exp[zA(\mathbf{x}, s)] \tilde{X}(\mathbf{x}, 0, s) \quad (17)$$

其中： $\exp[zA(\mathbf{x}, s)]$ 即为传递矩阵，用 T 来表示，它给出 $z=0$ 处经 Laplace 及 Hankel 变换的基本状态边界向量和任意深度 z 处状态向量之间的关系。

根据 Cayley-Hamilton 定理，且由于 I 为 6 阶单位矩阵，因此传递矩阵可表示为：

$$T = \exp[zA(\mathbf{x}, s)] = a_0 I + a_1 A + a_2 A^2 + a_3 A^3 + a_4 A^4 + a_5 A^5 \quad (18)$$

2.4 状态方程的求解：

式(16)中 $A(\mathbf{x}, s)$ 的特征方程为：

$$A(\mathbf{x}, s) - I' = 0 \quad (19)$$

式中： I 为 6 阶单位矩阵。

展开(19)式得：

圆形均布动荷载表达式为：

$$p(r, t) = \begin{cases} p(t) & r < R \\ 0 & r > R \end{cases}, \text{ 将 } p(r, t) \text{ 对 } r \text{ 和时间 } t$$

分别施加零阶 Hankel 积分变换和 Laplace 积分变换

$$\text{得：} \tilde{p}(\mathbf{x}, s) = \frac{p(s) R J_1(\mathbf{x}R)}{\mathbf{x}}$$

在路表面处：即 $z=0$ 处，当路面透水时， $\tilde{S}'_z(\mathbf{x}, 0, s)$ 、 $\tilde{t}_{rz}(\mathbf{x}, 0, s)$ 和 $\tilde{u}'(\mathbf{x}, 0, s)$ 是已知的。

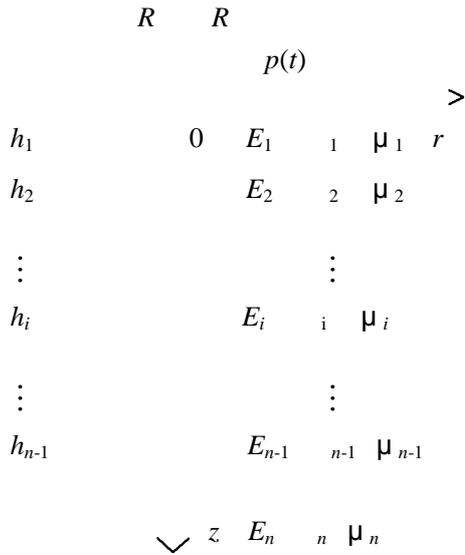


图 1 轴对称条件下层状弹性体系

Fig.1 The multi-layered elastic body in axisymmetric case
经 Laplace 及 Hankel 变换后的层间完全接触及连续条件为：

$$\begin{bmatrix} \tilde{u}(r, z_i, s) \\ \tilde{w}(r, z_i, s) \\ \tilde{u}'(r, z_i, s) \\ \tilde{t}_{rz}(r, z_i, s) \\ \tilde{s}'_z(r, z_i, s) \\ \tilde{v}(r, z_i, s) \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} \tilde{u}(r, z_i, s) \\ \tilde{w}(r, z_i, s) \\ \tilde{u}'(r, z_i, s) \\ \tilde{t}_{rz}(r, z_i, s) \\ \tilde{s}'_z(r, z_i, s) \\ \tilde{v}(r, z_i, s) \end{bmatrix}_{i+1}$$

其中：i 表示第 i 层。

在土基底面处：即 z 处， $\tilde{u}(\mathbf{x}, z, s) = \tilde{w}(\mathbf{x}, z, s) = 0$ 。

当土基透水时， $\tilde{u}'(\mathbf{x}, 0, s) = 0$ ；当土基不透水时， $\tilde{n}(\mathbf{x}, 0, s) = 0$

由图 1 所示的多层体系，按接触条件逐层传递

$$\begin{bmatrix} \tilde{u}(\mathbf{x}, 0, s) \\ \tilde{w}(\mathbf{x}, 0, s) \\ \tilde{n}(\mathbf{x}, 0, s) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{16} \\ M_{21} & M_{22} & M_{26} \\ M_{61} & M_{62} & M_{66} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} M_{13} & M_{14} & M_{15} \\ M_{23} & M_{24} & M_{25} \\ M_{63} & M_{64} & M_{65} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{u}'(\mathbf{x}, 0, s) \\ \tilde{t}_{rz}(\mathbf{x}, 0, s) \\ \tilde{s}'_z(\mathbf{x}, 0, s) \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{u}(\mathbf{x}, 0, s) \\ \tilde{w}(\mathbf{x}, 0, s) \\ \tilde{n}(\mathbf{x}, 0, s) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{16} \\ M_{21} & M_{22} & M_{26} \\ M_{31} & M_{32} & M_{36} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} M_{13} & M_{14} & M_{15} \\ M_{23} & M_{24} & M_{25} \\ M_{33} & M_{34} & M_{35} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{u}'(\mathbf{x}, 0, s) \\ \tilde{t}_{rz}(\mathbf{x}, 0, s) \\ \tilde{s}'_z(\mathbf{x}, 0, s) \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$u'(r, 0, t) = \int_{s-i\infty}^{s+i\infty} \int_0^\infty \mathbf{x} \tilde{u}'(\mathbf{x}, 0, s) J_0(\mathbf{x}r) e^{st} d\mathbf{x} ds \quad (25)$$

F.Durbin 方法为：函数 $X(r, z, t_j)$ 在时刻 t_j 可表示成如下的复级数：

$$X(r, z, t_j) = \frac{2e^{vjDt}}{T} \left\{ -\frac{1}{2} \text{Re}[F(a)] + \text{Re} \left[\sum_{k=0}^{n-1} (A(k) + iB(k)) \left(\cos \frac{2p}{N} + i \sin \frac{2p}{N} \right)^{jk} \right] \right\} \quad (26)$$

就可得到整个多层体系的传递关系为：

$$\tilde{X}(\mathbf{x}, z, s) = \prod_{i=1}^n T_i(E_i, \mathbf{m}_i, \mathbf{r}_i, k'_i, z_i, \mathbf{x}, s) \tilde{X}(\mathbf{x}, 0, s) \quad (22)$$

$$= M\tilde{X}(\mathbf{x}, 0, S)$$

式(22)中路表面及各结构层边界向量中的六个分量由边界条件给出。由于引入了传递矩阵，层间的接触条件可以自动满足，中间状态向量不出现，所以求解 N 层体系问题只需求解三元一次方程组问题，如式(23)及(24)式，问题得到大大简化。这样，我们利用边界条件即可求出表面的状态向量，再利用(22)式可求出任一深度处的状态向量，对状态向量 HANKEL 和 LAPLACE 反变换就可得出问题的解析解。

解上述三元一次方程组可求出 $\tilde{u}'(\mathbf{x}, 0, s)$ 等未知参数，再将其施加零阶 HANKEL 积分反变换和 LAPLACE 积分反变换，即可求出超孔隙水压力 $u'(r, 0, t)$ 等参数，即(25)式。

4 关于 LAPLACE 逆变换的处理

对于简单的变换问题，可直接利用 LAPLACE 变换表得到逆变换的数学表达式，而对于本文所研究的问题， $F(S)$ 的表达式极其复杂，难以用解析式表示，需要通过数值法进行逆变换，由于逆变换的精确数值实现难度较大，因此也就出现了很多方法^[7]，所有这些方法中 F.Durbin 法精确度最高^[4]，本文采用该方法对动荷载作用下路基路面层状弹性体超孔隙水压力进行了 LAPLACE 和 HANKEL 逆变换，并编制了计算程序，但限于篇幅，将另文做出详细讨论，给出具体的解答实例。

式(26)中, $t_j = jDt = j \frac{T}{N}$, $j=0,1,2,\dots,N-1$, T 为总的计算时段, N 为总的计算步数, 对于 $L \times N=50 \sim 5000$, 当 $At=5 \sim 10$ 时计算结果较好, 式(26)中

$$A(k) = \sum_{l=0}^L \operatorname{Re}[F(a + i(k+lN) \frac{2p}{N})]$$

$$B(k) = \sum_{l=0}^L \operatorname{Im}[F(a + i(k+lN) \frac{2p}{N})]$$

$F(s_k)$ 表示函数 $X(r,0,t_j)$ 的 Laplace 变换,

$$s_j = a + ik \frac{2p}{T}$$

5 结论

(1) 导了路基路面层状弹性体超孔隙水压力在轴对称动荷载作用下, 层间完全接触情况的解析解, 通过计算结果得知, 由于水的影响, 使得路基路面结构内部产生了附加的超孔隙水压力, 比没有水影响的路基路面结构更容易产生破坏。符合路基路面的实际受力特性和材料本身的特性。

(2) 传递矩阵法求解动态荷载作用下层状弹性体半空间轴对称问题, 无论层次多少, 最后都归结为求解三元一次线性方程组, 使问题大大简化。

(3) 不同于其它文献介绍的方法, 引入精度更高的 F.Durbin 方法实现 LAPLACE 逆变换。

参考文献:

- [1] 张肖宁. 实验粘弹原理[M]. 哈尔滨: 哈尔滨船舶工程学院出版社, 1990.
Zhang Xiaoning. Theory of experimental viscoelasticity [M]. Harbin: Harbin Engineering University Press, 1990.

(in Chinese)

- [2] 王耕禄, 史荣昌. 矩阵理论[M]. 北京: 国防工业出版社, 1988.
Wang Genglu, Shi Rongchang. Matrix theory[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1988.
- [3] 钟阳, 王哲人, 郭大智. 求解多层弹性半空间轴对称问题的传递矩阵法[J]. 土木工程学报, 1992, 25(4): 37-43.
Zhong Yang, Wang Zeren, Guo Dazhi. The method of transfer matrix for solution of axisymmetrical problems of multi-layered elastic half space[J]. Civil Engineering Journal, 1992, 25(4): 37-43. (in Chinese)
- [4] F Durbin. Numerical inversion of Laplace transforms; an efficient improvement to Dubner and Abate's method [J]. The Computer Journal, 1973, 17(4): 371-376.
- [5] W 伊文. 层状介质中的弹性波[M]. 北京: 科学出版社, 1996.
W Yiwen. The elastic wave in multi-layered media[M]. Beijing: Science Press, 1996.
- [6] 龚晓南. 高等土力学[M]. 北京: 人民交通出版社, 1992.
Gong Xiaonan. Advanced soil mechanics [M]. Beijing: The People Communication Press, 1992. (in Chinese)
- [7] 任瑞波. 沥青路面结构计算方法与 FWD 应用技术的研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2000.
Ren Ruibo. The study of asphalt pavement structure calculation and FWD application technique[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2000. (in Chinese)

郑重声明

自 2004 年第 1 期本刊封面做如下更新:

- 根据国家规范汉字的有关规定, 刊名改为现在的简化字《工程力学》
- 刊徽改为现在的图案, 寓意为: 逆时针转 90° 可视为《工程力学》的缩写“工力”; 顺时针转 90° 可视为英文字母 E, 转 180° 可视为英文字母 M, EM 是 Engineering Mechanics 的缩写; 正面一眼看去一个“工”字横卧在山颠亦可想象为工程实践相对于力学理论总是第一位的。寓意不过是隐含的表达意向而已, 仁者见仁, 智者见智, 取其简洁明快罢了。