

文章编号 : 1000-4750(2004)04-0086-05

形状记忆合金耗能弹簧的力学性能研究

彭 刚^{1,2}, 樊 剑², 李 黎², 唐家祥²

(1. 三峡大学土木水电学院, 湖北 宜昌 443002; 2. 华中科技大学土木工程与力学学院 武汉 430074)

摘 要: 从 Helmholtz 自由能出发, 建立了 SMA 材料在复杂应力状态下的热力学本构关系, 并由此推导出 SMA 耗能弹簧的热力学本构关系; 在 Brinson 相变发展方程的基础上, 引入等效应力的概念后, 建立了内变量马氏体百分数的发展方程。利用上述理论, 结合普通金属弹簧的设计方法, 建立了 SMA 耗能弹簧的设计方法; 利用 MATLAB 编写的计算机程序进行了仿真计算。研究结果表明 SMA 耗能弹簧具有较好的耗能能力。本文建立的计算理论较好地吻合了其他学者的研究结果, 适用于实际工程问题的理论分析, 具有较大的适用价值。

关键词: 形状记忆合金; 耗能; 弹簧; 本构模型; 力学性能

中图分类号: O343.6, TG319 文献标识码: A

INVESTIGATION OF MECHANICAL FEATURES OF ENERGY DISSIPATION SPRING MADE OF SHAPE MEMORY ALLOY

PENG Gang^{1,2}, FAN Jian², LI Li², TANG Jia-xiang²

(1. College of Civil & Hydropower Engineering, China Three Gorges Univ., Yichang 443002, China;

2. College of Civil Engineering & Mechanics, Huazhong University of Science & Technology, 430074, China)

Abstract: A thermodynamical constitutive model of shape memory alloy (SMA for short) under complex stress state is established based on Helmholtz free energy. The thermodynamical constitutive model of an energy dissipation spring made of SMA is also established based on this model. With the Brinson's phase transformation equation, the development equations of inner variable about martensite percentage of the spring is given after introducing the concept of equivalent stress. A design method for the energy dissipation spring made of SMA is recommended combining the design method of common spring. The numerical calculation is carried out utilizing MATLAB program developed by the authors. The investigation result indicates that the energy dissipation spring made of SMA has better capacity of energy dissipation. The theory presented in this paper agrees preferably with the results of other researchers.

Key words: shape memory alloy; energy dissipation; spring; constitutive model; mechanic performance

形状记忆合金(Shape Memory Alloy, 简称 SMA) 独特的相变伪弹性性能, 表现出应力—应变曲线的材料在外力的循环加卸载作用下, 由于它所具有的 滞后现象, 产生明显的耗能。利用这一性能可以制

收稿日期: 2002-11-17; 修改日期: 2003-02-20

基金项目: 三峡大学重大项目预研(KC0501)

作者简介: 彭刚(1963), 男, 湖南省临湘市人, 副教授, 博士, 主要从事智能材料与结构、土木工程结构振动控制的研究;

(E-mail: gpeng@ctgu.edu.cn)

樊 剑(1969), 男, 湖南宁远市人, 讲师, 博士, 从事土木结构振动控制研究;

李 黎(1956), 女, 上海市人, 教授, 从事土木结构振动控制及隔震技术研究;

唐家祥(1938~2003.8), 男, 重庆市人, 教授, 博士生导师, 从事土木结构振动控制及隔震技术研究

作结构振动被动控制所需的耗能器件,在土木结构振动控制中得以应用。

利用 SMA 制作的弹簧在不同领域得到了大量应用,Wang Y. Q.等人利用记忆型 SMA 弹簧制作出汽车发动机的节温器^[1];Rogers C. A. 等人利用超弹性 SMA 弹簧对简支梁的振动进行滤波,从而实现了对梁的共振现象的抑制^[2]。

目前,形状记忆合金的一维本构模型得到较大的发展,研究成果大致可分为两类:一类是建立在 Tanaka 模型^[3-5]基础上的系列本构模型,Liang 和 Rogers 首先修改了该模型^[6]并引入相变发展的余弦关系,其后 Brinson 进一步发展了该模型^[7]并将其用于有限元计算^[8];另外的一类模型则从纯热动力学理论出发由 Ivshin 和 Pence^[9-10]提出。尽管形式有所不同,但总可归结为两类控制方程,即控制应力—应变—温度关系的力学方程和控制相变发展的相变运动方程。

上述力学模型的应用范围仅限于一维应力应变关系,对于像弹簧这一类器件的复杂应力应变问题则不再适用。因此,建立 SMA 材料在复杂应力状态下的热力学数学模型是很有必要的。

1 形状记忆合金的热力学模型

1.1 空间复杂应力-应变状态

多维应力张量可以分解为静水应力张量和偏应力张量,静水应力引起材料的体积发生变化,偏应力引起材料的形状发生变化。也就是说,静水应力对材料力学行为的影响主要表现在它可以改变材料体积的大小,偏应力只改变材料的形状而不改变材料的体积大小。弹性体的体积变化是全体主应变的总和,所以,静水应力主要是影响材料的弹性变形。塑性变形具有零体积变化的特征,其 Poisson's 比为 0.5,这意味着静水应力对塑性变形的影响可以忽略不计。塑性变形主要呈剪切变形状态。

从上述讨论可以得出下述两项假设:第一,材料在外力的作用下,体积大小的变化可以忽略不计,实际上体积变化的实际百分数非常小(仅 0.002),所以,可以将塑性变形全部假定为相变应变;第二,可以忽略静水应力对相变产生的影响,所以,包涵在相变中的变形可以用剪切变形来描述。因此,使用塑性理论方法建立形状记忆合金的多维本构关系是合适的。

设材料的空间状态变量 A 是 Green 应变 ε_{ij} 、温度 T 和马氏体百分数 ξ 的函数,其通式为

$$A = f(\varepsilon_{ij}, T, \xi) \quad \begin{cases} i = 1, 2, 3 \\ j = 1, 2, 3 \end{cases} \quad (1)$$

马氏体相变受 Helmholtz 自由能的控制,自由能则是应变能、热能和化学自由能的总和。与一维应力应变关系不同,对复杂应力状态而言,自由能中的应变能是各种不同类型的应变产生的应变能的总和。沿着相变方向的变形主要是剪切变形,影响相变的应变能应该是变形能。所以,引入等效应力的概念后,材料的空间状态变量 A 又可以表示为

$$A = f(\varepsilon_{eq}, T, \xi) \quad (2)$$

式中, ε_{eq} 为等效应变,由塑性理论知

$$\varepsilon_{eq} = \frac{\sqrt{2}}{3} [(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22})^2 + (\varepsilon_{22} - \varepsilon_{33})^2 + (\varepsilon_{33} - \varepsilon_{11})^2 + \frac{3}{2}(\varepsilon_{12}^2 + \varepsilon_{23}^2 + \varepsilon_{31}^2)]^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

Helmholtz 自由能可以表示为

$$\Phi = \Phi(A) = U - TS \quad (4)$$

式中: U 为内能密度; S 为熵密度; T 为温度。

将式(4)对时间求导数后得到 Clausius-Duhem 不等式

$$\begin{aligned} & \text{tr}[(\frac{1}{\rho_0} \sigma - \frac{\partial \Phi}{\partial \varepsilon_{eq}} \frac{\partial \varepsilon_{eq}}{\partial \bar{\varepsilon}}) \dot{\bar{\varepsilon}}] - (S - \frac{\partial \Phi}{\partial T}) \dot{T} \\ & - \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \dot{\xi} - \frac{1}{\rho_0 T} Q \text{Grad} T \geq 0 \end{aligned} \quad (5)$$

式中, $\text{tr}(\ast)$ 为迹线算子; σ 为第二 Piola-Kirchhoff 应力; $\frac{\partial \varepsilon_{eq}}{\partial \bar{\varepsilon}}$ 为 3×3 阶矩阵; ρ_0 为材料密度常数; Q 为中间变量。

根据上式第一项,由连续介质力学可推得第二 Piola-Kirchhoff 应力与等效应变、Green 应变之间的关系

$$\sigma = \rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial \varepsilon_{eq}} \frac{\partial \varepsilon_{eq}}{\partial \varepsilon} \quad (6)$$

式中:第二 Piola-Kirchhoff 应力 σ 和 Green 应变 ε 为 6 维矢量,其具体形式为

$$\{\sigma\} = \{\sigma_{11} \ \sigma_{22} \ \sigma_{33} \ \sigma_{12} \ \sigma_{23} \ \sigma_{31}\}^T \quad (7)$$

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_{11} \ \varepsilon_{22} \ \varepsilon_{33} \ \varepsilon_{12} \ \varepsilon_{23} \ \varepsilon_{31}\}^T \quad (8)$$

代入上式后简记为

$$\{\sigma\} = \rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial \varepsilon_{eq}} \left\{ \frac{\partial \varepsilon_{eq}}{\partial \varepsilon} \right\} \quad (9)$$

将式(9)对时间求一阶导数,并写成增量形式

$$\{d\mathbf{s}\} = \mathbf{r}_0 \frac{\partial^2 \mathbf{F}}{\partial \mathbf{e}_{eq}^2} \left\{ \frac{\partial \mathbf{e}_{eq}}{\partial \mathbf{e}} \right\} \left\{ \frac{\partial \mathbf{e}_{eq}}{\partial \mathbf{e}} \right\}^T \{d\mathbf{e}\} + \mathbf{r}_0 \frac{\partial^2 \mathbf{F}}{\partial \mathbf{e}_{eq} \partial \mathbf{x}} \left\{ \frac{\partial \mathbf{e}_{eq}}{\partial \mathbf{e}} \right\} d\mathbf{x} + \mathbf{r}_0 \frac{\partial^2 \mathbf{F}}{\partial \mathbf{e}_{eq} \partial T} \left\{ \frac{\partial \mathbf{e}_{eq}}{\partial \mathbf{e}} \right\} dT \quad (10)$$

将 Young's 模量 $E = \mathbf{r}_0 \frac{\partial^2 \ddot{O}}{\partial \mathbf{e}_{eq}^2}$ 、相变张量

$$\mathbf{W} = \mathbf{r}_0 \frac{\partial^2 \ddot{O}}{\partial \mathbf{e}_{eq} \partial \mathbf{x}} \text{ 和热弹性张量 } \mathbf{Q} = \mathbf{r}_0 \frac{\partial^2 \ddot{O}}{\partial \mathbf{e}_{eq} \partial T} \text{ 一并代}$$

入上式后,得

$$\{d\mathbf{s}\} = E \left\{ \frac{\partial \mathbf{e}_{eq}}{\partial \mathbf{e}} \right\} \left\{ \frac{\partial \mathbf{e}_{eq}}{\partial \mathbf{e}} \right\}^T \{d\mathbf{e}\} + \mathbf{W} \left\{ \frac{\partial \mathbf{e}_{eq}}{\partial \mathbf{e}} \right\} d\mathbf{x} + \mathbf{Q} \left\{ \frac{\partial \mathbf{e}_{eq}}{\partial \mathbf{e}} \right\} dT \quad (11)$$

式(11)则为形状记忆合金材料在复杂应力状态下热力学平衡方程的增量形式。对于不同的应力应变状态,将等效应变代入后积分可以得到全量形式的热力学平衡方程组。

1.2 单向拉伸应力—应变状态

对于内变量马氏体百分数 \mathbf{x} ,本文中以 Brinson 一维本构模型为基础,引入等效应力的概念,将内变量发展方程拓展到空间复杂应力状态。由塑性力学得

$$\mathbf{s}_{eq} = \frac{1}{2} [(\mathbf{s}_{11} - \mathbf{s}_{22})^2 + (\mathbf{s}_{22} - \mathbf{s}_{33})^2 + (\mathbf{s}_{33} - \mathbf{s}_{11})^2 + 6(\mathbf{s}_{12}^2 + \mathbf{s}_{23}^2 + \mathbf{s}_{31}^2)]^{1/2} \quad (12)$$

当外界温度条件处于 $T > M_s$, 且应力处于式(13)所示状态时,可以得到式(14)。

$$\dot{\sigma}_s^{cr} + C_M(T - M_s) < \dot{\sigma}_{eq} < \dot{\sigma}_f^{cr} + C_M(T - M_s) \quad (13)$$

$$\hat{i}_S^{A \rightarrow M} = \frac{1 - \hat{i}_S^{s_0}}{2} \cos \left\{ \frac{\partial}{\partial \sigma_s^{cr} - \dot{\sigma}_f^{cr}} [(\dot{\sigma}_{eq} - \dot{\sigma}_f^{cr}) - C_M(T - M_s)] + \frac{1 + \hat{i}_S^{s_0}}{2} \right\} \quad (14)$$

若 $T < M_s$, 应力处于 $\dot{\sigma}_s^{cr} < \dot{\sigma}_{eq} < \dot{\sigma}_f^{cr}$ 时,令 $T = M_s$, 上式依然成立。

在外力减小,应力、应变处于回复状态时,内部晶格由马氏体向奥氏体转变,当 $T > A_s$, 并且应力处于式(15)所示状态时,可以得到式(16)。

$$C_A(T - A_f) < \mathbf{s}_{eq} < C_A(T - A_s) \quad (15)$$

$$\mathbf{x}_S^{M \rightarrow A} = \frac{\mathbf{x}_0}{2} \left\{ \cos \left[\frac{\partial}{\partial A_f - A_s} (T - A_s - \frac{\mathbf{s}_{eq}}{C_A}) \right] + 1 \right\} \quad (16)$$

式中: C_A 和 C_M 为应力对相变温度影响程度的材料常数; A_s, A_f, M_s, M_f 分别为材料发生奥氏体和马

氏体相变的开始与结束温度; $\dot{\sigma}_s^{cr}$ 和 $\dot{\sigma}_f^{cr}$ 分别为相变开始和结束的临界应力; 下标 0 表示初始状态。

2 形状记忆合金耗能弹簧的设计

在土木工程中,使用形状记忆合金弹簧进行耗能的利用率比较低,从经济角度来说并不合算。因为当弹簧沿纵向受力时,弹簧丝在扭矩作用下,材料截面上的剪应力由截面边缘向形心逐步递减,而一维轴向拉伸时,其截面上的应力相等,如果最大应力水平相等,受扭时的利用率不到轴向拉伸时的 30%。但有些部位必需由弹簧参与工作,因此,对其进行研究还是非常必要的。

2.1 普通金属弹簧的设计方法

当形状记忆合金材料内部应力尚未达到相变临界应力时,材料的应力—应变关系呈线性变化,与其它普通金属材料没有太大的区别,所以,可以利用普通钢丝弹簧的设计方法设计形状记忆合金弹簧。

图 1 所示为过弹簧纵向形心轴的纵剖面图,其中主要几何参数及其物理意义为:弹簧丝材直径 d , 弹簧平均圈径 D , 有效圈数 n , 圈间隙 δ , 弹簧长度 L , 最大压缩位移 $DL_{max} = nd$ 。

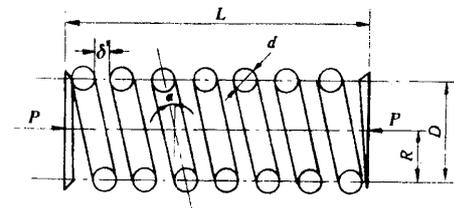


图 1 耗能弹簧结构示意图

Fig.1 Sketch of energy dissipation spring

当弹簧纵向轴线上作用压力 P 时,任意位置截面处的剪切力为 P , 扭矩为 $M_T = PR = PD/2$ 。由剪切力引起的剪应力为 $t_1 = 4P/pd^2$, 由扭矩引起的最大剪应力为 $t_2 = M_T/W_p$, 其中 W_p 为弹簧丝的抗扭截面模量 $W_p = pd^3/16$ 。于是最大剪应力为

$$t = t_1 + t_2 = \frac{8PD}{\delta d^3} \left(1 + \frac{d}{2D} \right) \quad (17)$$

在荷载 P 的作用下,弹簧的压缩位移 ΔL 与压缩剪切应变 g 的关系为

$$g = \Delta L * d / pnD^2 \quad (18)$$

利用剪切应变与剪应力的关系 $t = Gg$, 可得

$$\Delta L = \frac{8nPD^3}{Gd^4} \left(1 + \frac{d}{2D} \right) \quad (19)$$

式中, G 为材料的剪切模量,对普通金属材料它为

常数,但对形状记忆合金则与材料内部的马氏体百分数有关,是应变、温度的非线性函数,当发生相变后,式(19)中的压缩位移不再是荷载的线性关系。利用这一特性,可设计出用于振动被动控制的耗能弹簧。

在外力的作用下,过平行于弹簧纵轴的簧丝横截面上存在有由扭矩产生的剪应力和由剪切力产生的剪应力。由式(17)可知,由剪切力产生的剪应力所占比例很小,为讨论过程的简单化,在下述讨论中略去由剪切力引起的一阶小量。

2.2 形状记忆合金耗能弹簧的热力学平衡方程

根据上述讨论可知,弹簧丝任意横截面上的等效应变为

$$e_{eq} = \frac{1}{3}g \quad (20)$$

代入式(11)后,得

$$dt = \frac{E}{3}dg + \frac{W}{3}dx + \frac{Q}{3}dT \quad (21)$$

在各项同性材料的广义虎克定律中,剪切模量 G 、弹性模量 E 和 Poisson's 比 ν 三者之间存在如下式关系。

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (22)$$

取 Poisson's 比 $\nu=0.5$ 代入式(22)再代入式(21),积分后得到 SMA 弹簧热力学平衡方程的全量形式

$$(t-t_0) = G(g-g_0) + \frac{W}{3}(x-x_0) + \frac{Q}{3}(T-T_0) \quad (23)$$

式中: $G = \frac{1}{3}E_a + \frac{x}{3}(E_m - E_a)$, 其中 E_a 和 E_m 分别为奥氏体态和马氏体态下的杨氏模量; Q 为热弹性张量; W 为相变张量, $W = -e_L E$, 其中, $E = E_a + x(E_m - E_a)$, e_L 是相变过程中的最大可恢复应变。

2.3 形状记忆合金耗能弹簧的设计

形状记忆合金耗能弹簧的设计可参考下述步骤进行。(1) 首先根据弹簧工作的特定要求,选择所需的最大工作行程 ΔL_{max} 和最大荷载 P ; (2) 根据式(17)和式(19)初步确定弹簧参数 n 、 d 和 D , 此时应将 $C=d/D$ 控制在 4~8 之间以便降低制作难度; (3) 根据弹簧工作的环境温度 and 材料常数确定发生相变的应力水平; (4) 根据在弹簧的行进过程中期望发生相变的行程位置,不断调整弹簧参数,直至达到满意为止。

上述方法也可依据式(17)~(19)列方程进行求

解,关键问题是必须充分考虑相变应力水平和相变在弹簧行进中的位置之间的关系,这是与普通弹簧最大的不同之处。

3 实例分析及数值模拟

3.1 仿真实例参数

本文根据某器件的具体要求,按照上述方法设计了一个形状记忆合金耗能弹簧,其几何参数为:弹簧丝材直径 $d=4$ mm、弹簧平均圈径 $D=25$ mm、有效圈数 $n=4$ 、圈间隙 $d=8$ mm、最大压缩位移 $d_{max} = nd = 32$ mm; 热力学参数为: $e_L=0.067$ 、 $Q=0.55$ MPa/k、 $b=30000$ J/kg、 $D_A=67000$ MPa、 $D_M=26300$ MPa、 $s_s^{cr}=100$ MPa、 $s_f^{cr}=170$ MPa、 $C_A=13.8$ MPa/k、 $C_M=8$ MPa/k、 $A_s=34.5^\circ\text{C}$ 、 $A_f=49^\circ\text{C}$ 、 $M_s=18.4^\circ\text{C}$ 、 $M_f=9^\circ\text{C}$ 。假定在温控器的作用下,弹簧工作时的温度为 50°C 。

3.2 数值计算方法

当略去剪切力产生的剪应力时,耗能弹簧丝在扭矩作用下,截面上任意一点的剪应力为

$$t = \frac{M_T r}{I_r} \quad (24)$$

式中: M_T 为扭矩; r 为截面半径; $I_r = \pi d^4 / 32$ 为截面极惯性矩。

由式(24)可以知道,在扭矩作用下弹簧丝截面上的应力分布是不均匀的,随半径增大而增大。所以,不能直接应用上述理论分析弹簧的力学行为。

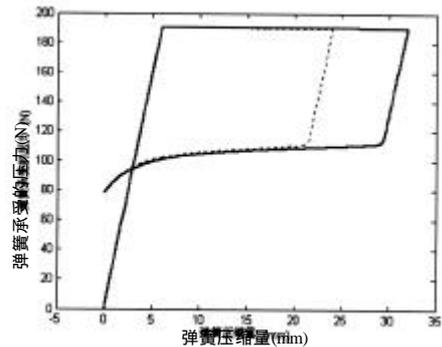


图2 弹簧压缩量与外荷载的关系

Fig.2 The relation of contraction of spring with load

对于圆形截面,在扭矩的作用下其应力分布关于原点对称,而在弹簧任意截面处的扭矩大小相等、方向相同。所以,在垂直于簧丝纵轴的截面上按极坐标划分单元,在簧丝长度方向按笛卡尔坐标划分单元。然后,本文采用 MATLAB 软件编写的计算机仿真程序进行数值计算,得到该弹簧的外力—位移关系如图 2 所示。图中虚线表示最大行程

为 24 mm 时的外力与位移情况(左边与上下虚线同实线重叠)。由图可见, 弹簧具有较好的阻尼性能。

文献[11]对 SMA 拉伸型弹簧的耗能性能也进行了数值分析。本文的数值计算结果与其相比较, 就图 2 的外形而言基本上是相似的, 但弹簧的压缩量大小本文更趋合理。通过与 SMA 材料本身的应力应变关系的比较与分析, 图 2 所示结果是合理的。

4 结语

本文从 Helmholtz 自由能出发, 将多维应力张量分解为静水应力张量和偏应力张量, 并且认为: 静水应力引起材料的体积发生变化; 而偏应力则引起材料的形状发生变化, 从而引起材料发生相变。

通过数值计算与对比分析, 可以认为文中建立的多维力学数学模型适用于 SMA 弹簧性能的理论分析; 结合普通弹簧的设计方法建立的 SMA 弹簧的设计方法对实际工程应用具有一定的指导意义; SMA 弹簧具有较好的能量耗散能力, 当工作温度固定后, 耗能量的大小与弹簧的行程大小直接相关, 行程愈大耗能量愈大, 但最大行程所产生的材料应变必须控制在材料的最大可恢复应变以内, 这样才能确保弹簧进行多次循环。

由于 SMA 是温度敏感型材料, 所以, 如何确定 SMA 弹簧的最佳工作温度, 使材料的能量耗散能力得到充分的发挥, 有待进一步的深入研究。

参考文献:

- [1] 徐祖耀, 等著. 形状记忆材料[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2000.
Xu Zuyao, etc. Shape memory materials [M]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University Pres, 2000. (in Chinese)
- [2] Rogers C A, Liang C. Utilization of intelligent material systems in active vibration control alloy [C]. 120th Meeting of the Acoustical Society of American, San

Diego, CA, 1990. 26-30.

- [3] Tanaka K, Nagaki S. A Thermo-mechanical description of materials with internal variables in the process of phase transformation [J]. Ingenieur-Archiv, 1982, 51: 287-299.
- [4] Tanaka K, Iwasaki R. A phenomenological theory of transformation super-plasticity [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1985, 21(4): 709-720.
- [5] Tanaka K. A thermo-mechanical sketch of shape memory effect: one dimensional tensile behavior [J]. Res. Mechanica, 1986, 18: 251-263.
- [6] Liang C and Rogers C A. One-dimensional thermo-mechanical constitutive relations for shape memory materials [J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 1990, 1(2): 207-234.
- [7] Brinson L C. One-dimensional constitutive behaviour of SMA: thermo-mechanical derivation with non-constant material functions[J]. J Intelligent Material Systems and Structures, 1993, 4(2):229-242.
- [8] Brinson L C, Lammering R. Finite element analysis of the behaviour of shape memory alloys and their application [J]. Int. J. Solids & Struct., 1993, 30(23): 3261-3280.
- [9] Ivshin Y, Pence T J. A thermo-mechanical model for a one variant shape memory material [J]. J Intelligent Material Systems and Structures, 1994, 5(4): 455-473.
- [10] Ivshin Y, Pence T J. A constitutive model for hysteretic phase transition behavior[J]. Int J Engng. Sci, 1993, 32(4): 681-704.
- [11] Liu A N, et al. Deformation analysis of SMA springs and its application to vibration control [J]. Journal of South West Jiaotong University, 2000, 35(1): 81-85.