

文章编号: 1000-4750(2005)05-0078-05

正交叠层板横向开裂问题的研究

*曾庆敦, 张 宁

(华南理工大学交通学院, 广东 广州 510640)

摘 要: 采用有限子层剪滞模型, 并结合线弹性断裂力学, 首先研究了正交叠层板在受到沿 0° 层方向的拉伸荷载作用下, 90° 层中产生横向初始开裂问题。然后采用坐标变换并结合线性叠加原理, 研究了 90° 层发生横向基体多级开裂问题。求得了与实验结果较吻合的初始破坏应变和裂纹密度, 证实了分析方法的正确性和可靠性。

关键词: 正交叠层板; 横向开裂; 剪滞分析; 能量法; 破坏应变

中图分类号: O346.1 **文献标识码:** A

STUDY OF TRANSVERSE CRACKING IN CROSS-PLY LAMINATES

*ZENG Qing-dun, ZHANG Ning

(College of Traffic and Communications, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

Abstract: The transverse initial-failure in cross-ply laminates loaded in 0 degree fiber direction is first studied using the shear-lag model of finite sub-layers and incorporating the linear elastic fracture mechanics. The multiple cracking in 90 degree layers is studied using the coordinate conversion and linear superposition principle. Both the initial failure strains and crack densities predicted by the present method agree with the experimental results, verifying the correctness and reliability of the present analytical method.

Key words: cross-ply laminate; transverse cracking; shear-lag analysis; energy method; failure strain

纤维增强复合材料的叠层结构是目前结构复合材料的主要形式, 已得到日益广泛的应用。复合材料叠层结构在拉伸荷载作用下的损伤扩展是非常复杂的过程。正交叠层板的破坏通常始于 90° 层中的基体横向开裂, 即初始破坏。随着外荷载的增大, 其他一些微裂纹也相继扩展成横向裂纹而形成多级开裂状态。外荷载的不断增大, 使得裂纹间距不断减小, 直至达到某一最小值, 此时, 在 90° 层中便形成等间距的饱和裂纹群^[1]。随后的进一步加载将伴随其它损伤模式的出现。

Garrett 等^[1]采用确定性多级开裂理论分析了正交叠层板的横向开裂现象; 文献[2, 3]则提出用统

计模型进行研究; 考虑横向、径向开裂和脱层等因素相互作用的计算模型也有不少的文献报导^[4,5]。上述所考虑的是横向裂纹贯穿整个 90° 层厚度, 并假设应力分别沿 0° 和 90° 层厚度均匀分布, 对横向裂纹未贯穿整个 90° 层厚度的情形则无法计及。采用有限元法^[6,7]或细观元法^[8]虽可克服一些不足, 但求解过程复杂, 计算量大, 在实际应用中存在诸多不便。对此, 文献[9,10]提出一种有限子层剪滞模型研究了上述问题, 并假设 0° 层截面上的正应力与 0° 和 90° 层界面处的切应力成正比, 但此假设也不大符合实际。基于此, 本文亦提出一种有限子层剪滞模型, 结合断裂力学, 更简便、精确地分析正交叠

收稿日期: 2003-09-20; 修改日期: 2004-03-15

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10372032), 广东省自然科学基金资助项目(000391, 031394)

作者简介: *曾庆敦(1956), 男, 广东兴宁, 教授, 从事复合材料力学研究(E-mail: emqdzeng@scut.edu.cn);

张 宁(1979), 男, 河南信阳人, 在读研究生, 从事复合材料力学研究。

层板的横向开裂问题。

1 初始开裂分析

1.1 有限子层剪滞模型

考虑图 1 所示在 0° 方向受均匀拉伸应力 σ_0 作用的 $[0_n/90_k]_s$ 正交叠层试样 ($2n$ 和 $2k$ 分别为 0° 和 90° 层的总层数, b 和 $2h$ 分别为 0° 和 90° 层的厚度), 假定 90° 层中有一长度为 $2a$ 并贯穿板宽的基体横向裂纹。为求解此种情形下的应力重新分布, 建立如图 2 所示的有限子层剪滞分析模型。此模型将 90° 层划分为 $2m+1$ 个有限子层, 每层厚度均为 t ($t=2h/(2m+1)$)。长为 $2a$ 的裂纹可用 $-j$ 到 j ($-m < j < m$) 共 $2j+1$ 个子层在 $x=0$ 处断裂来表示^[9]。假定每一子层在垂直于 x 方向的截面上有正应力, 上下表面有切应力。考虑对称性, 各有限子层位移可用 u_i ($i=0, 1, 2, \dots, m$) 来表示, 各 0° 层位移用 $u_{m+1}, u_{m+2}, \dots, u_{m+n}$ 来表示。

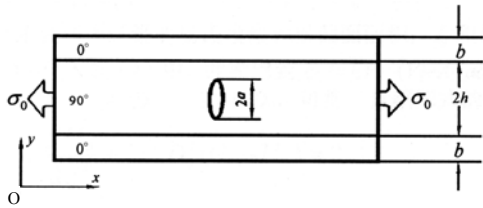


图 1 具有横向裂纹的正交叠层复合材料试样

Fig.1 Cross-ply laminate specimen with transverse crack

取第 i 子层的微段, 其受力图如图 3 所示。图中 σ_i 为第 i 子层沿 x 方向的拉应力, $\tau(x)$ 为层间上下表面切应力。当计及固化残余热应力时, 有

$$\begin{aligned} \sigma_i &= E_T \frac{du_i}{dx} - E_T \alpha_T \Delta T, \quad i=0, 1, \dots, m \\ \sigma_i &= E_L \frac{du_i}{dx} - E_L \alpha_L \Delta T, \quad i=m+1, \dots, m+n \end{aligned} \quad (1)$$

式中, E_T 和 E_L 分别为单层的横向和纵向弹性模量, α_T 和 α_L 分别为单层的横向和纵向热膨胀系数, ΔT 为固化温度与工作温度之差。

考虑对称性, 分别列出图 2 中各有限子层和 0° 层各微段的无量纲热力耦合剪滞平衡方程为

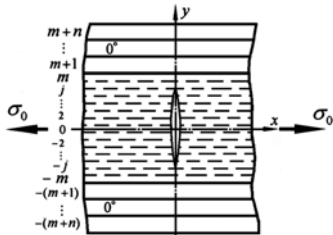


图 2 有限子层剪滞模型

Fig.2 The shear-lag model of finite sub-layers

$$\begin{aligned} R \frac{d^2 U_0}{d\xi^2} + 2B_0 D_0^2 (U_1 - U_0) &= 0 \\ R \frac{d^2 U_i}{d\xi^2} + B_0 D_0^2 (U_{i+1} - 2U_i + U_{i-1}) &= 0, \quad i=1, \dots, m-1 \\ R \frac{d^2 U_m}{d\xi^2} + D_0 U_{m+1} - D_0 (B_0 D_0 + 1) U_m + B_0 D_0^2 U_{m-1} &= 0 \\ \frac{d^2 U_{m+1}}{d\xi^2} + U_{m+2} - (D_0 + 1) U_{m+1} + U_m &= 0 \\ \frac{d^2 U_i}{d\xi^2} + (U_{i+1} - 2U_i + U_{i-1}) &= 0, \quad i=m+2, \dots, m+n-1 \\ \frac{d^2 U_{m+n}}{d\xi^2} + (U_{m+n-1} - U_{m+n}) &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

式中, R , B_0 和 D_0 为常数, ξ 和 U_i 分别为 x 和 u_i 的无量纲形式, 其定义由下式给出

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{EAd/(G_m c)} \xi \\ u_i &= \sqrt{EAd/(G_m c)} U_i, \quad i=0, 1, 2, \dots, m+n \\ R &= E_T/E_L, \quad B_0 = G_{Tz}/G_m, \quad D_0 = d/t \end{aligned} \quad (3)$$

式中, G_m 为基体切变模量, G_{Tz} 为有限子层的切变模量, d 为单层板厚度, c 为单层的纤维间距, E 和 A 分别为纤维的杨氏模量和横截面面积。

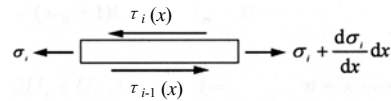


图 3 第 i 子层微段受力图

Fig.3 Free-body diagram of the i th sub-layer

与式(2)相应的无量纲形式的边界条件为

$$\begin{aligned} \xi=0: \frac{dU_i}{d\xi} &= 0, \quad i=0, 1, 2, \dots, j \\ U_i &= 0, \quad i=j+1, \dots, m+n \\ \xi=\infty: \frac{dU_i}{d\xi} &= 1 + \alpha_T \Delta T, \quad i=0, 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{dU_i}{d\xi} = R + \alpha_L \Delta T, \quad i=m+1, \dots, m+n$$

在满足式(4)中 $\xi=\infty$ 的边界条件下, 式(2)中 U_i 的通解为

$$\begin{aligned} U_i &= (1 + \alpha_T \Delta T) \xi + \sum_{j=0}^{m+n} A_j B_{i,j} \exp(-\mu_j \xi), \\ i &= 0, 1, 2, \dots, m \\ U_i &= (R + \alpha_L \Delta T) \xi + \sum_{j=0}^{m+n} A_j B_{i,j} \exp(-\mu_j \xi), \\ i &= m+1, \dots, m+n \end{aligned} \quad (5)$$

式中, A_j 为待定常数, 由 $\xi=0$ 的边界条件确定; $B_{i,j}$ 为已知常数, 由式(2)中直接推得; μ_j^2 为矩阵 T 的特征值, 而矩阵 T 是由式(2)中的系数所组成的矩

阵。将式(5)代入式(3)中的第2式,再将其代入式(1)并考虑式(3)中的第1式,即可得到各层的应力分布 $\sigma_i(x)$ ($i=0,1,2,\dots,m+n$)。

1.2 能量法及初始破坏应变

根据经典的断裂力学,裂纹扩展时释放的应变能可以通过计算裂纹闭合复原时所需做的功来得到。设裂纹长度为 $2a$, Δa 为裂纹长度增量,I型裂纹的应变能释放率计算式如下

$$G_I = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{1}{2\Delta a} \int_0^{\Delta a} \sigma_x \Delta u da \quad (6)$$

式中, σ_x 是裂纹长度为 $2a$ 时,裂纹尖端处垂直于裂纹表面的正应力; Δu 是裂纹长度为 $2(a+\Delta a)$ 时裂纹表面的相对位移, 90° 层的横向裂纹属于I型裂纹。图4是采用有限子层剪滞模型模拟裂纹扩展的示意图,这里,取裂纹长度增量 Δa 为一个子层厚度。根据图4和式(5)和(6),有

$$G_I = \frac{1}{2} \sigma_{j+1}(0) \times d \times 2u_{j+1}(0) / d = \sigma_{j+1}(0) u_{j+1}(0) = d E_T \sqrt{E_L / G_m} \left[\frac{dU_{j+1}(0)}{d\xi} - \alpha_T \Delta T \right] U_{j+1}(0) \quad (7)$$

式中, $\sigma_{j+1}(0)$ 是裂纹长度为 $2a$ 时第 $j+1$ 子层在 $x=0$ 处的正应力, $u_{j+1}(0)$ 是裂纹长度为 $2(a+\Delta a)$ 时第 $j+1$ 子层在 $x=0$ 处的位移。 $U_{j+1}(0)$ 是相应的无量纲位移。

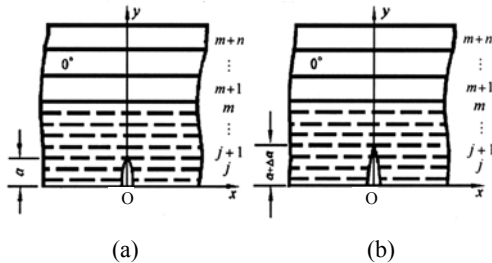


图4 应变能释放率计算模型

Fig.4 The computing model of strain energy release rate

当考虑固化温差效应时,应变能释放率可表达成如下形式^[6]

$$G_I = [\sqrt{C_e(a)} \varepsilon_c + \sqrt{C_T(a)} \Delta T]^2 d \quad (8)$$

式中, ε_c 为施加应力 σ_0 引起的叠层板的远场轴向应变, d 为单层板厚度; $C_e(a)$ 和 $C_T(a)$ 分别为单位应变($\varepsilon_c=1$)与单位温差($\Delta T=1^\circ\text{C}$)下,单层为一个单位位移时的裂纹扩展能量释放率系数。令 $\Delta T=0$ 及 $\varepsilon_c=1$,由式(7)和式(8),有

$$C_e(a) = E_T \sqrt{E_L / G_m} \frac{dU_{j+1}(0)}{d\xi} U_{j+1}(0) \quad (9)$$

同理令 $\Delta T=1$ 及 $\varepsilon_c=0$,由式(7)和式(8),便可求

得 $C_T(a)$ 。

在分析 90° 层横向开裂时,单层板内有关原始缺陷可用随机分布的微裂纹反映,并设裂纹尺寸为 $2a$ 的分布函数可用两参数Weibull分布表示^[6],即

$$F(a) = 1 - \exp[-(a/\lambda)^\beta] \quad (10)$$

式中, λ 和 β 为Weibull分布参数。

这些裂纹中“最严重”的尺寸 $2a_0$ 定义为裂纹尺寸不大于该值的概率是0.97,即

$$F(a_0) = P\{a \leq a_0\} = 0.97 \quad (11)$$

对于 $[0_2/90_k]_s$ 板,中间 90° 层由 $2k$ 个单层板叠成,其微观裂纹尺寸应大于单层板的微裂纹尺寸。设 90° 层中“最严重”的裂纹尺寸是 $2a_m$,有

$$a_m = a_0 (2k)^{2/\beta} \quad (12)$$

设 ε_c^0 为正交叠层板中 90° 层发生基体开裂时的初始破坏应变,当 $\varepsilon_c = \varepsilon_c^0$ 时,“最严重”的微裂纹开始扩展成基体横向裂纹。根据能量判据,这时裂纹尖端区域的应变能释放率应等于临界值 G_{Ic} ,即

$$G_I \Big|_{\varepsilon_c = \varepsilon_c^0, a = a_m} = G_{Ic} \quad (13)$$

将式(8)代入上式,有

$$[\sqrt{C_e(a_m)} \varepsilon_c^0 + \sqrt{C_T(a_m)} \Delta T]^2 d = G_{Ic} \quad (14)$$

由此式即可确定正交叠层板中 90° 层发生基体开裂时的初始破坏应变 ε_c^0 。

2 多级开裂分析

考虑 $[0_n/90_k]_s$ 叠层板,在施加应力 σ_0 作用下, 90° 层横向基体发生多级开裂,如图5所示。假定裂纹长度均为 $2a$ 并贯穿板宽,裂纹平均间距为 s ,建立如图5所示的坐标系。在求解此情形的应力重分布时,为了简便,仅考虑相邻裂纹之间的相互影响。

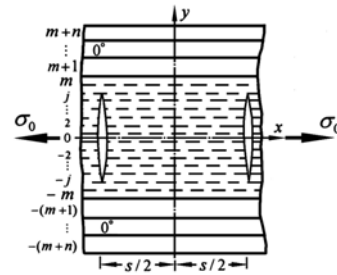


图5 具有横向多级开裂的有限子层剪滞模型

Fig.5 Shear-lag model with multiple transverse cracks

为了便于后面的计算,本文特引入与式(3)不同表达的无量纲量如下

$$x = d\sqrt{EV_f/G_m}\xi, \quad (15)$$

$$u_i = \sigma_0 d\sqrt{V_f/(G_m E)}U_i, \quad i = 0, 1, 2, \dots, m+n$$

式中, V_f 为单层板的纤维体积分数。

首先考虑如图 2 所示模型中的应力分布情况。利用式(15)同样可导出无量纲形式的剪滞平衡方程式(2)和边界条件式(4), U_i 的通解见式(5)。

下面考虑如图 6(b)所示的正交叠层板在 $\xi^* = s/(2d\sqrt{G_m/(EV_f)})$ 处出现裂纹时的应力分布情况。由式(1)和式(5)并运用坐标变换, 得到此种情形下 90°层中各有限子层的应力分布函数为

$$\sigma_i(x) = E_T \frac{\sigma_0}{E} \left\{ 1 - \sum_{j=0}^{m+n} A_j B_{i,j} \mu_j \exp[-\mu_j(\xi - \xi^*)] \right\} + E_T \left(\frac{\sigma_0}{E} - 1 \right) \alpha_T \Delta T, \quad i = 0, 1, 2, \dots, m \quad (16)$$

同理可以得到如图 6(a)所示的裂纹在 $-\xi^*$ 处时 90°层中各有限子层的应力分布函数如下

$$\sigma_i(x) = E_T \frac{\sigma_0}{E} \left\{ 1 - \sum_{j=0}^{m+n} A_j B_{i,j} \mu_j \exp[-\mu_j(\xi + \xi^*)] \right\} + E_T \left(\frac{\sigma_0}{E} - 1 \right) \alpha_T \Delta T, \quad i = 0, 1, 2, \dots, m \quad (17)$$

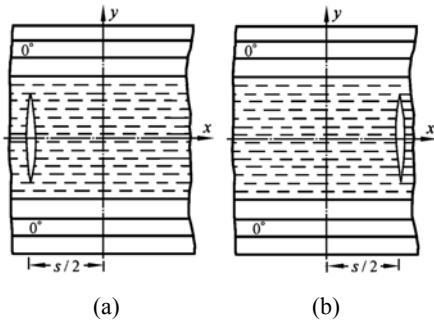


图 6 在 $\pm s/2$ 处出现裂纹的有限子层剪滞模型

Fig.6 Shear-lag model of finite sub-layers when crack is at $\pm s/2$

根据线性叠加原理, 并结合式(16)和式(17), 可得到图 5 中所示各有限子层的应力分布函数为

表 1 T300/934 单向板的基本数据

Table 1 Fundamental data of T300/934

E_l /GPa	E_T /GPa	G_T /GPa	G_m /GPa	d /mm	$\alpha_l/10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$	$\alpha_T/10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$	β	λ /mm	$\Delta T/^\circ\text{C}$	$G_{1c}/(\text{J}/\text{m}^2)$
144.8	11.7	3.5	1.26	0.132	0.36	28.8	4	0.48d	125	228

由式(10)~(12)可求得 $[0_2/90_2]_s$ 和 $[0_2/90_4]_s$ 叠层板中 90°层所含有的“最严重”的微裂纹尺寸 a_m 分别为 1.3d 和 1.8d。由式(9)分别求得相应的应变能释放率系数 $C_e(a_m)$ 和 $C_T(a_m)$, 再由式(15)可求得初始破坏应变 ϵ_c^0 , 并列于表 2。从表 2 中可以看出,

$$\sigma_i^*(x) = \frac{\sigma_0 E_T}{E} \sum_{j=0}^{m+n} C_j A_j B_{i,j} \mu_j, \quad i = 0, 1, 2, \dots, m \quad (18a)$$

$$C_j = \exp[-\mu_j(\xi + \xi^*)] - \exp[-\mu_j(\xi - \xi^*)], \quad j = 0, 1, 2, \dots, m+n \quad (18b)$$

设 ϵ_i^* 和 u_i^* 分别为图 5 所示 90°层中第 i 子层的应变和位移。由几何关系 $\epsilon_i^* = du_i^*/dx$ 及本构关系 $\epsilon_i^* = \sigma_i^*/E_T$, 并考虑对称性, 有

$$u_i^*(x) = \frac{1}{E_T} \int_0^x \sigma_i^*(x) dx = \frac{\sigma_0}{E} \int_0^x \sum_{j=0}^{m+n} C_j A_j B_{i,j} \mu_j dx, \quad i = 0, 1, 2, \dots, m \quad (19)$$

第 0 号子层的轴向平均应变由下式定义

$$\bar{\epsilon} = \frac{2u_0^*(s/2)}{s} = \frac{2}{sE_T} \int_0^{s/2} \sigma_0^*(x) dx = \frac{2\sigma_0}{sE} \int_0^{s/2} \sum_{j=0}^{m+n} C_j A_j B_{0,j} \mu_j dx \quad (20)$$

假定当 0 号子层的轴向平均应变 $\bar{\epsilon}$ 等于叠层板的初始破坏应变 ϵ_c^0 时, 将产生新的横向裂纹, 并假设新增加的裂纹产生在原两条横向裂纹的正中间, 即 $x=0$ 处。这时, 裂纹间距由 s 减小至 $s/2$ 。令 $\bar{\epsilon} = \epsilon_c^0$, 有

$$\epsilon_c^0 = \frac{2}{sE_T} \int_0^{s/2} \sigma_0^*(x) dx = \frac{2\sigma_0}{sE} \int_0^{s/2} \sum_{j=0}^{m+n} C_j A_j B_{0,j} \mu_j dx \quad (21)$$

令 $L = 2/s$ 为当前裂纹密度, 则由式(21)可得出施加应力 σ_0 与裂纹密度 L 之间的关系。

3 算例与结果分析

本文以 T300/934 $[0_2/90_2]_s$ 和 $[0_2/90_4]_s$ 叠层板为例, 采用表 1 中的数据^[6], 用 MATLAB6.0 软件进行计算。

随着有限子层数的不断增加, 初始破坏应变呈减小趋势, 并且最后将趋向稳定。可见, 子层数的大小, 对计算结果的影响不大。为了减小计算工作量并保证有足够的精确性, 本文建议一般取 $m = 30 \sim 50$ 为宜。

表 2 正交叠层板的初始破坏应变

Table 2 Initial failure strain of cross-ply laminates

叠层类型	初始破坏应变/%						
	$m=5$	$m=10$	$m=20$	$m=30$	$m=40$	$m=50$	$m=100$
$[0_2/90_2]_s$	0.353	0.344	0.325	0.318	0.313	0.306	0.303
$[0_2/90_4]_s$	0.289	0.279	0.273	0.264	0.257	0.252	0.249

为了比较,在表 3 中列出了本文计算结果和 Wang 等^[6]采用 8 节点等参元的三维有限元计算结果(均匀拉伸边界条件)和室温下单轴拉伸的实验值。从表中可见,本文结果均在实验范围内且与有限元结果较为接近。值得指出,有限元计算结果略微超过和非常接近实验的上限值。这表明,有限元求得的应变能释放率系数 $C_e(a)$ 偏小,而采用有限子层剪滞模型对 $[0_2/90_2]_s$ 取 $m=30$ 、对 $[0_2/90_4]_s$ 取 $m=40$ 求得的 $C_e(a)$ 则是比较准确的。

表 3 本文结果与有限元计算结果及实验结果的比较

Table 3 Comparison of present results with finite element results and experimental data

叠层类型	初始破坏应变/%		
	有限子层剪滞模型	有限元	实验
$[0_2/90_2]_s$	0.318	0.361	0.29~0.36
$[0_2/90_4]_s$	0.257	0.273	0.24~0.28

在图 7 中示出了由式(21)求得的裂纹密度 L 与施加应力 σ_0 的关系曲线,图中亦给出了文献[6]的实验结果。这里,对 $[0_2/90_2]_s$,取 $m=30$, $\varepsilon_c^0=0.318\%$;对 $[0_2/90_4]_s$,取 $m=40$, $\varepsilon_c^0=0.257\%$ 。从图中可见,随着施加应力的增加,裂纹密度也增加,并逐渐趋近于某一常数。这一结果表明,当施加应力达到或超过某值时,裂纹密度达到饱和,不再产生新的裂纹。从图 7 中还可以看出,本文结果略高于实验值。以下几点可能是产生误差的原因:(1)未计及非相邻裂纹之间的影响;(2)按照统计的观点,新增加的裂纹不一定产生在原 2 条横向裂纹的正中间。

正交叠层板 90° 层中的横向开裂虽然是沿纤维方向的基体开裂,纤维似乎未发挥作用,但是事实并非如此。当 90° 层换成纯环氧树脂基体(拉伸模量 $E_m=3.45\text{GPa}$)时,在其他计算条件不变的情况下,其初始破坏应变对 $[0_2/\text{环氧}_2]_s$ 为 0.283% ,对

$[0_2/\text{环氧}_4]_s$ 为 0.208% ,比表 4 中实验值小。其原因也许是纯基体的拉伸模量和切变模量比 90° 层的小和破坏机理不同所致。可见,对初始破坏应变而言, 90° 层的纤维增强效应还是较明显的。

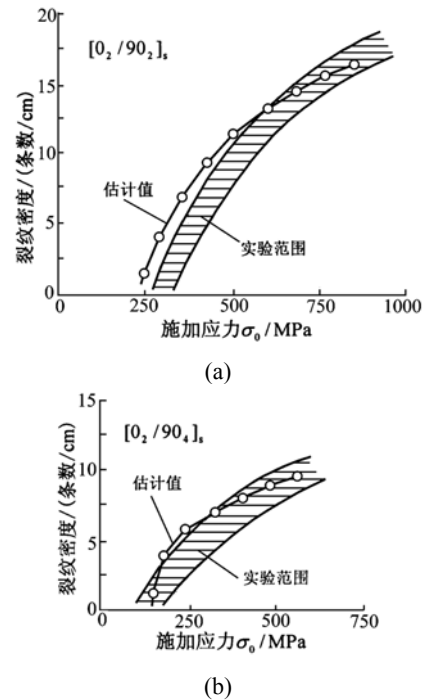


图 7 裂纹密度与施加应力的关系

Fig. 7 The relationship between crack density and applied stress

本文基于简化假定的剪滞方法,构造了所谓的有限子层剪滞模型,通过各子层之间的切应力传递,可以获得各子层的位移与应力分布。采用这种细化平均的方法,可以简便地获得裂纹尖端处复杂的三维应力状态下的正应力分布。虽然这种分布是近似的,但是对研究 90° 层中的横向基体开裂问题仍能给出很好的结果,因为基体的横向开裂主要由垂直于裂纹面的正应力所控制^[6]。

4 结论

正交叠层板在轴向拉伸荷载作用下,中间的 90° 层通常会产生横向开裂和多级破坏,初始破坏应变与 90° 层厚度有关, 90° 层愈厚,初始破坏应变愈小。而多级破坏中的裂纹密度则主要取决于 90° 层厚度和远场施加应力: 90° 层愈厚,裂纹密度愈小;施加应力愈大,裂纹密度愈大,当施加应力达到或超过某值时, 90° 层会呈现等间距的饱和裂纹群。

(参考文献转第 13 页)

果仍为全解。但正是由于结构的实际地震反应尚不能用解析解表示,才使得对地震动特性及其动力反应问题的认识不足,这里仅借助简谐波反应谱给出了些许理论解释。

参考文献:

- [1] Iwan WD, Chen X. Important near-field ground motion data from the Landers earthquake [C]. Proceedings of the 10th European Conference on Earthquake Engineering, A. A. Balkema, Rotterdam, The Netherlands, 1994. 229~234.
- [2] Hall J F, Heaton T H, Halling M W, Wald D J. Near-source ground motions and its effects on flexible buildings [J]. Earthquake Spectra, 1995, 11(4): 569~605.
- [3] Mohsen Tehranizadeh, Farzaneh Hamedi. Influence of earthquake source parameters and damping on elastic response spectra for Iranian earthquakes [J]. Engineering Structures, 2002, 24: 933~943.
- [4] Peng MH, Elghadamsi FE, Mohraz B. A simple procedure for constructing probabilistic response spectra [J]. Earthquake Spectra, 1989, 5(2): 393~407.
- [5] Mohraz B. Recent studies of earthquake ground motion and amplification [C]. Proceedings of the 10th World Conference on Earthquake Engineering, A. A. Balkema, Rotterdam, The Netherlands, 1994. 6695~6704.
- [6] Newmark N M, Hall W J. Earthquake spectra and design [R]. Earthquake Engineering Research Institute, Berkeley, California, 1982.
- [7] Sadek F, Mohraz B, Riley M A. Linear procedures for structures with velocity-dampers [J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 2000, 128(8): 887~895.
- [8] 谢礼立, 于双久. 强震观测与分析原理[M]. 北京: 地震出版社, 1982.
Xie Lili, Yu Shuangjiu. The theory of strong earthquake motion measurement and analysis [M]. Beijing: Seismological Press, 1982. (in Chinese)
- [9] Chopra Anil K. Dynamics of structures: Theory and applications to earthquake engineering [M]. Prentice Hall: Englewood Cliffs, NJ, 1995.
- [10] 胡聿贤. 地震工程学[M]. 北京: 地震出版社, 1988.
Hu Yuxian. Earthquake engineering [M]. Beijing: Seismological Press, 1988. (in Chinese)
- [11] 赵凤新, 胡聿贤. 地震动反应谱与相位差谱的关系[J]. 地震学报, 1996, 18(3): 287~291.
Zhao Fengxin, Hu Yuxian. Relations between earthquake response spectrum and phase difference spectrum [J]. Acta Seismologica Sinica, 1996, 18(3): 287~291. (in Chinese)

(上接第 82 页)

参考文献:

- [1] Garrett K W, Bailey J E. Multiple transverse fracture in 90° cross-ply laminates of a glass fiber reinforced polyester [J]. J Mater Sci, 1977, 12: 157~168.
- [2] Manders P W, Chou T W, Jones F R. Statistical analysis of multiple fracture in 0/90/0 glass fiber/epoxy resin laminates [J]. J Mater Sci, 1983, 18: 2876~2889.
- [3] Berthelot J M, Corre J F Le. Statistical analysis of the progression of transverse cracking and delamination in cross-ply laminates [J]. Comp Sci Technol, 2000, 60: 2659~2669.
- [4] Berthelot J M, Corre J F Le. A model for transverse cracking and delamination in cross-ply laminates [J]. Comp Sci Technol, 2000, 60: 1055~1066.
- [5] Rebiere J L, Matallah M N, Gamby D. Initiation and growth of transverse and longitudinal cracks in composite cross-ply laminates [J]. Comp Struc, 2001, 53 (2): 173~187.
- [6] Wang A S D, Kirshore N N, Li C A. On crack development in graphite-epoxy $[0_2/90_n]_s$ laminates under uniaxial tension [J]. Comp Sci Technol, 1985, 23: 1~31.
- [7] Ellyin F, Xia Z H, Chen Y. Viscoelastic micro-mechanical modeling of free edge and time effects in glass fiber/epoxy cross-ply laminates [J]. Comp Part A, 2002, 33: 399~409.
- [8] 曹志远, 唐寿高, 付志平. 复合材料构件的细观破坏、反演分析[J]. 工程力学, 2002, 19(3): 30~33.
Cao Zhiyuan, Tang Shougao, Fu Zhiping. Damage and back analysis of composite structures [J]. Eng Mech, 2002, 19(3): 30~33. (in Chinese)
- [9] 邓国基, 曾庆敦. 正交叠层板横向裂纹扩展分析(I) — 初始开裂[J]. 华南理工大学学报, 1997, 25(11): 140~147.
Deng Guoji, Zeng Qingdun. Analysis of the transverse crack development in cross-ply laminates(I)—initial cracking [J]. J. South China Univ. of Technol, 1997, 25(11): 140~147. (in Chinese)
- [10] 邓国基, 曾庆敦. 正交叠层板横向裂纹扩展分析(II) — 多重断裂[J]. 华南理工大学学报, 1997, 25(12): 39~43.
Deng Guoji, Zeng Qingdun. Analysis of the transverse crack development in cross-ply laminates (II)—multiple cracks [J]. J. South China Univ. of Technol, 1997, 25(12): 39~43. (in Chinese)