

文章编号: 1000-4750(2005)02-0022-05

索穹顶结构的新形式及其初始预应力确定

*袁行飞, 董石麟

(浙江大学空间结构研究中心, 杭州 310027)

摘 要: 索穹顶结构是美国工程师 Geiger 根据 Fuller 的张拉整体结构思想开发的一种新型预张力结构。现有的索穹顶结构形式主要有肋环型和联方型两种, 并应用在不同的工程中。针对现有索穹顶结构形式存在的缺点提出了几种新型的索穹顶结构形式, 并运用整体可行预应力概念对结构初始预应力进行了计算。算例分析表明杆件的正确分组是得到索穹顶结构整体平衡预应力分布的关键。本文的工作可以为该类结构的初始选型和设计提供依据。

关键词: 索穹顶; 张拉整体; 新形式; 整体可行预应力; 初始预应力

中图分类号: TU312 **文献标识码:** A

NEW FORMS AND INITIAL PRESTRESS CALCULATION OF CABLE DOMES

*YUAN Xing-fei, DONG Shi-lin

(Space Structures Research Center, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: The cable dome, proposed by Geiger after extending Fuller's idea of tensegrity, is a new type of space structures. Two forms of cable domes have been applied into engineering projects by now. One is Geiger form and the other is Levy form. Considering the deficiencies in both forms, several new forms of cable domes are proposed in this paper. Based on the concept of integral feasible prestress, the initial prestress state of these domes are also calculated. Numerical results show that the proper grouping of members is the key point to obtain the correct initial prestress state. The present work may serve for the reference of initial design of cable domes.

Key words: cable dome; tensegrity; new form; integral feasible prestress; initial prestress

1 引言

在各种新型大跨度空间结构体系不断涌现的趋势中, 以索、杆、膜合理组合而成的索穹顶结构近年来一直是国际、国内空间结构界研究的重点。索穹顶结构是美国工程师 Geiger 根据 Fuller^[1]的张拉整体结构思想开发的一种新型预张力结构^[2,3], 最

早应用在汉城奥运会的体操馆(如图 1)和击剑馆^[4]。作为一种受力合理、结构效率高的结构体系, 它同时集新材料、新技术、新工艺和高效率于一身, 并以其构造轻盈、造型别致、尺度宏伟、色彩明快等美学特征和经济的造价受到了建筑师的青睐。继汉城体操馆和击剑馆之后, Geiger 和他的公司又相继建成了红鸟体育馆和太阳海岸穹顶。由美国工程师

收稿日期: 2003-05-10; 修改日期: 2003-10-11

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50278086)

作者简介: *袁行飞(1972), 女, 浙江舟山人, 副教授, 博士, 现主要从事预应力网架, 张拉整体结构, 索穹顶结构的设计和理论工作
(E-mail: yuanxf@zju.edu.cn);

董石麟(1932), 教授, 中国工程院院士, 博导, 长期从事大跨空间结构研究

M.P.Levy 和 T.F.Jing 设计的乔治亚穹顶^[5]是 1996 年亚特兰大奥运会主赛馆的屋盖结构(如图 2),这个目前世界上最大的屋盖结构被评为 1992 年全美最佳设计。之后,他们又成功设计了圣彼得堡的雷声穹顶和沙特阿拉伯利亚德大学体育馆的可开启穹顶。国外大量的工程实践显示了索穹顶结构强大的生命力和广阔的应用前景,但遗憾的是这类结构在国内的工程应用仍是空白。

为使这类结构早日应用于国内工程,一方面必须对其力学性能、施工控制等内容进行深入研究^[6-10];另一方面则需根据现有结构形式对索穹顶结构进行有效的改良和创新。本文的工作就是基于这个认识展开的。文章首先对现有索穹顶结构形式的特点进行了总结,然后针对其存在的缺点提出了几种新型的索穹顶结构形式,并对合理确定结构初始预应力提出了具体的计算方法。本文的工作可以为该类结构的初始选型和设计提供依据。

2 现有结构形式

现有的索穹顶结构形式主要有肋环型和联方型两种,由于这两种体系分别由 Geiger 和 Levy 设计并应用到工程中,所以这两种形式又分别被命名为 Geiger 型和 Levy 型。

Geiger 型的代表工程为图 1 所示的汉城体操馆穹顶。它由径向脊索、径向斜索、环索和压杆组成,并支承于周边受压环梁上。为抵抗风吸力作用,在径向脊索之间设置了谷索。由于它的几何形状接近平面桁架系结构,平面外刚度较小,在不对称荷载作用下容易出现失稳。

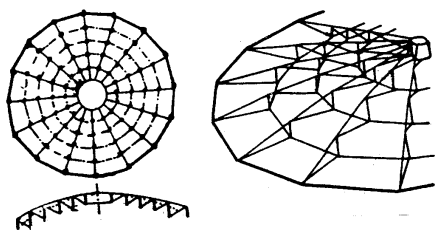


图 1 汉城体操馆穹顶

Fig.1 The gymnastics arena in Seoul

Levy 型的代表工程为图 2 所示的乔治亚穹顶。它将辐射状布置的脊索改为联方型(三角化型)布置,使屋面膜单元呈菱型的双曲抛物面形状,同时取消了起稳定作用的谷索。为满足椭圆形平面要求,该穹顶在结构中央设置了一榀平面刚性桁架。

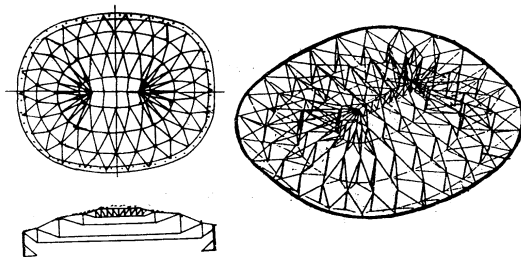


图 2 乔治亚穹顶

Fig.2 Georgia dome in Atlanta

尽管 Levy 型穹顶较好地解决了 Geiger 型穹顶存在的索网平面内刚度不足容易失稳的问题,但它在构造上仍然存在脊索网格划分不均的缺点。尤其是结构内圈部分由于网格划分密集大大增加了杆件布置、节点构造和膜片铺设等技术的复杂性。这也给进一步的体系改良和创新提供了思路。

3 新结构形式

任何结构形式的应用、发展过程都是改良和创新的过程,索穹顶结构也不例外。索穹顶结构是自平衡的预应力空间结构。与传统结构体系不同的是,索穹顶结构体系通常存在内部机构,为保证施加预应力后的体系是可行的必须先判定其几何稳定性^[11]。另外对这样的几何形体施加不同的预应力,可形成不同承载能力和工作特性(刚度、频响特性)的结构。通过形体研究,寻求既几何稳定,又有良好工作特性的空间自平衡形体,是索穹顶结构设计的主要内容,也是索穹顶结构体系改良和创新所追求的根本目标。

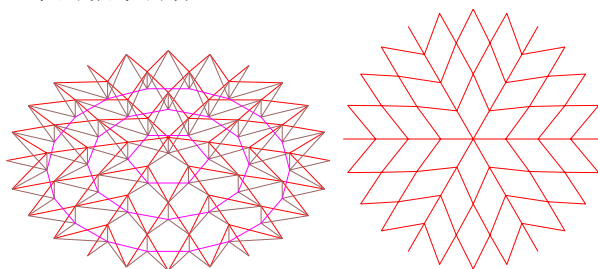


图 3 Kiewitt 型穹顶

Fig.3 A Kiewitt dome

本文在综合考虑结构构造、几何拓扑和受力机理的基础上尝试性地提出了几种新型索穹顶结构形式—Kiewitt 型穹顶和混合型穹顶(图 3~5)。其中混合 I 型为肋环型和联方型的重叠式组合,混合 II 型为 Kiewitt 型和联方型的内外式组合。这些新型穹顶脊索划分较为均匀,可望刚度分布均匀性和较低的预应力水平,同时使薄膜的制作和铺设更为简

便可行。均匀划分的脊索网格同样为刚性屋面材料如压型钢板、铝板的使用提供了更大空间。

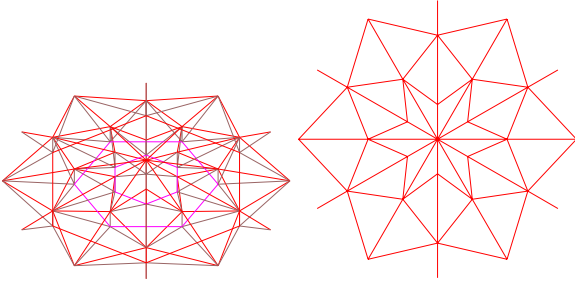


图4 混合 I 型穹顶(肋环型和联方型重叠式组合)

Fig.4 A dome of hybrid I

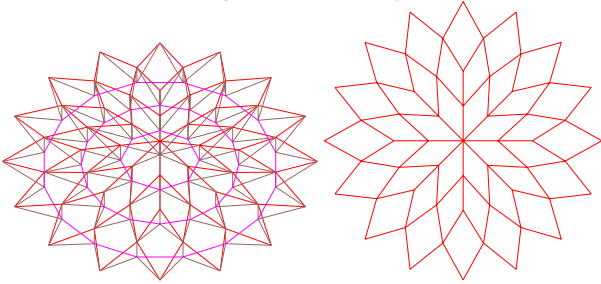


图5 混合 II 型穹顶(Kiewitt 型和联方型内外式组合)

Fig.5 A dome of hybrid II

4 初始预应力确定

同张拉整体结构相似,索穹顶结构的力学分析包括找形分析(Form-finding)、自应力准则确定和外力作用下的性能分析等内容。由于索穹顶结构没有自然刚度,它的刚度完全由预应力提供。根据结构初始几何形状、构件的关联关系(拓扑)确定形成一定刚度的初始预应力分布是首先要解决的问题。

考虑到索穹顶结构是一种杆件拓扑关系较有规律的对称结构体系,结构中的索和杆内力分布具有一定的规律性,文献[12]提出了整体可行预应力概念,为解决索穹顶初始预应力状态问题提供了新的思路。所谓整体可行预应力状态即一种满足杆受压、索受拉,并具有同类(组)杆件初始内力相等和预应力整体平衡等特点的预应力状态。文献[5]只考虑了几种简单布置索穹顶的杆件分组和初始预应力确定,对环数较多,布索方式不同的索穹顶没有进一步分析,故在应用上存在很大的局限性。现对文献[12]建立的整体可行预应力方程的求解情况作一补充,并以布置三道环索的 Levy 型和 Kiewitt 型穹顶为例,进一步阐述整体可行预应力概念的应用。通过比较复杂布索情况结构单元不同分组的计算结果,得出单元的正确分组是得到新型索穹顶结构整体可行预应力关键的结论。

对索穹顶结构,先从一般预应力状态 $X = T_1\alpha_1 + T_2\alpha_2 + \dots + T_s\alpha_s$ 出发,找到一组 α , 使同组杆件预应力值相同, 设该预应力为 X , 有:

$$T_1\alpha_1 + T_2\alpha_2 + \dots + T_s\alpha_s = X \quad (1)$$

对于具有 n 组杆件数的结构, X 可记为:

$$X = \{x_1 \ x_1 \ x_1 \dots x_i \ x_i \ x_i \dots x_n \dots x_n\}^T$$

为更好地用矩阵表示, 整理式(1)如下:

$$T_1\alpha_1 + T_2\alpha_2 + \dots + T_s\alpha_s - X = 0 \quad (2)$$

简记为:

$$\tilde{T}\tilde{\alpha} = 0 \quad (3)$$

其中 $\tilde{T} = [T_1 \ T_2 \ \dots \ T_i \ \dots \ T_s \ -e_1 \ -e_2 \ \dots \ -e_n]$; T_i 为单位独立自应力模态; 基向量 e_i 由相应 i 类杆件轴力为 1, 其余杆件轴力为 0 组成; 未知数为 $\tilde{\alpha} = \{\alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3 \ \dots \ \alpha_s \ x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n\}^T$ 。对 \tilde{T} 进行奇异值^[6]分解如下:

$$\tilde{T} = UDV \quad (4)$$

若 \tilde{T} 的秩为 r , 则 V 中第 $r+1$ 列至第 $s+n$ 列向量为 $\tilde{\alpha}$ 的解, 由 $\tilde{\alpha}$ 中第 $s+1$ 列至第 $s+n$ 列可得 n 组杆件对应的预应力值。对肋环型索穹顶和葵花型索穹顶, \tilde{T} 为 $b \times (s+n)$ 维矩阵, 其秩 r 为 $(s+n-1)$, 可得一种预应力分布, 该分布同时满足杆受压、索受拉条件, 所以是一种整体可行预应力分布。对其他类型如 Kiewitt 型等索穹顶结构, 满足同组杆件预应力值相同的解大于 1, 设分别为 X_1, X_2, \dots, X_w , $w > 1$ 。此时可再根据杆受压、索受拉条件对求得的若干组预应力向量进行组合 $X_1\beta_1 + X_2\beta_2 + \dots + X_w\beta_w$, 从而得到整体可行预应力分布。

值得特别指出的是在用整体可行预应力一般概念进行预应力设计时, 杆件的正确分组是能否求得满足整体平衡的预应力分布的关键。若杆件分组与实际受力情况不符, 则按该分组计算得到的预应力不能使结构各节点受力平衡。

5 算例

例 1: 图 6 为布有三道环索的联方型索穹顶, 杆件总数为 121, 可分为 15 组。由计算可得该结构独立自应力模态数为 7, 由式(4)可得表 1 所示各组杆件初始预应力分布。因为杆件分组符合结构实际受力情况, 所以该预应力状态满足结构整体平衡。

例 2: 再以图 7 所示布有三道环索的 Kiewitt 型穹顶为例, 结构平面环向 6 等分, 可记为 K6-3。杆件总数为 265。先忽略同一环向等分处脊索、斜索、压杆和环向索的受力变化, 仍将杆件分为 15

组, 见图 7b。由计算可得该结构独立自应力模态数为 43。由式(4)得六组预应力分布, 取合适的组合系数可得表 2 所示满足杆受压、索受拉条件的各组杆件预应力分布, 因为杆件分组与结构实际受力情况不符, 所以该预应力状态不能满足结构整体平衡要求。

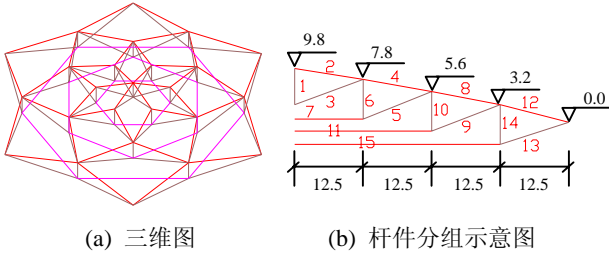


图 6 联方型索穹顶

Fig.6 A Levy dome

表 1 联方型索穹顶各组杆件初始预应力分布(kN)

Table 1 Initial prestress distribution of a Levy dome (kN)

组号	1	2	3	4	5	6	7	8
预应力	-1.00	1.05	0.48	1.28	0.65	-0.36	0.66	4.54
组号	9	10	11	12	13	14	15	
预应力	2.31	-1.07	1.67	23.64	18.98	-5.85	8.48	

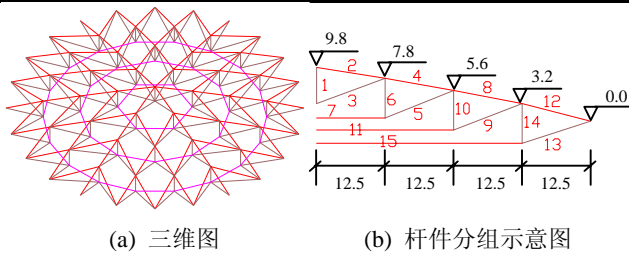


图 7 Kiewitt 型索穹顶

Fig.7 A Kiewitt dome

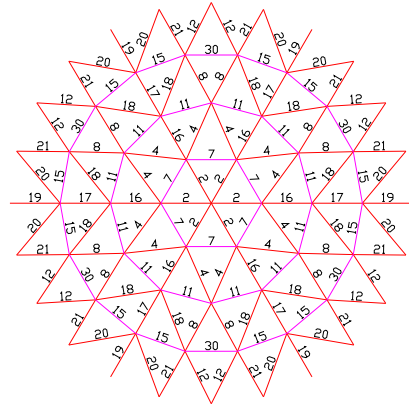
表 2 Kiewitt 型穹顶各组杆件初始预应力分布(kN)

Table 2 Initial prestress distribution of a Kiewitt dome (kN)

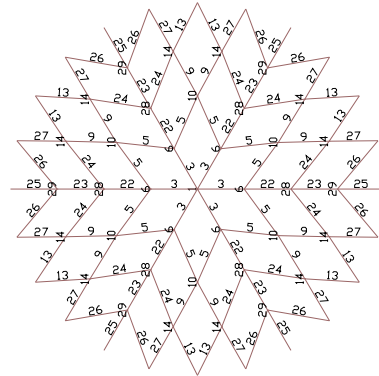
组号	1	2	3	4	5	6	7	8
预应力	-1.00	1.05	0.48	0.59	0.28	-0.29	0.62	0.59
组号	9	10	11	12	13	14	15	
预应力	0.30	-0.25	1.21	0.65	0.56	-0.35	3.02	

对该索穹顶结构重新分组, 区分环向等分处脊索、斜索、压杆和环索, 得杆件类型为 30, 见图 8。由计算可得该结构自应力模态数仍为 43, 由式(4)得六组预应力分布, 取组合系数 $\beta_1=8.9e-5$, $\beta_2=0.263$, $\beta_3=0.01163$, $\beta_4=0.195$, $\beta_5=0.525$, $\beta_6=6.166e-3$ 可得表 3 所示满足杆受压、索受拉条件的预应力分布。该预应力状态完全附合结构实际

受力情况, 是一种整体可行预应力状态。



(a) 脊索和环索分组示意图



(b) 下斜索和压杆分组示意图

图 8 Kiewitt 型穹顶杆件重新分组示意图

Fig.8 A Kiewitt dome with proper grouping of members

表 3 重新分组后 Kiewitt 型穹顶各组杆件初始预应力分布 (kN)

Table 3 Initial prestress distribution of a Kiewitt dome with proper grouping of members (kN)

组号	1	2	3	4	5	6	7	8
预应力	-1.00	1.05	0.48	0.64	0.22	-0.31	0.69	0.89
组号	9	10	11	12	13	14	15	16
预应力	0.40	-0.26	1.29	0.24	0.65	-0.38	3.37	0.76
组号	17	18	19	20	21	22	23	24
预应力	1.13	0.06	0.56	0.82	1.31	0.47	0.50	0.17
组号	25	26	27	28	29	30		
预应力	0.51	0.55	0.71	-0.27	-0.41	3.22		

6 结论

本文对现有索穹顶结构形式特点进行了总结, 针对其存在的缺点提出了几种新型的索穹顶结构形式。运用整体可行预应力概念对新型索穹顶结构的初始预应力提出了具体的计算方法。通过对布置

三道环索的 Levy 型和 Kiewitt 型穹顶的初始预应力计算, 进一步阐述了整体可行预应力概念的应用。文章还对复杂布索情况的结构单元不同分组情况进行了计算比较, 得出单元的正确分组是得到新型索穹顶结构整体可行预应力关键的结论。

有关新型索穹顶的几何稳定性和受力性能将在另文中作进一步研究。

参考文献:

- [1] R B Fuller. Tensile-integrity structures [P]. US Patent 3, 063, 521, 1962.
- [2] A Pugh. An introduction to tensegrity [M]. University of California Press Berkeley, 1976.
- [3] S Pellegrino. A class of tensegrity domes [J]. International Journal of Space Structures, 1992, 7(2): 127-142.
- [4] D H Geiger. The design and construction of two cable domes for the Korea Olympics [C]. Shells, Membranes and Space Frame, Proc. IASS Symp., 1986.
- [5] M P Levy. The Georgia dome and beyond achieving lightweight-long span structures [C]. Proc. IASS-ASCE Int. Symp., 1994.
- [6] S Pellegrino. Structural computations with the singular value decomposition of the equilibrium matrix [J]. International Journal of Solids and Structures, 1993, 30(21): 3025-3035.

- [7] S Pellegrino, C R Calladine. Matrix analysis of statically and kinematically indeterminate frameworks [J]. International Journal of Solids and Structures, 1986, 22(4): 409-428.
- [8] K Volokh, O Vilnay. Natural, kinematic and elastic displacement of understrained structures [J]. International Journal of Solids and Structures, 1997, 34(8): 911-930.
- [9] D A Gasparini, P C Perdikaris, N Kanj. Dynamic and static behaviour of cable dome model [J]. Journal of Structure Engineering, 1989, 115(2): 363-381.
- [10] S Pellegrino, C R Calladine. Matrix analysis of statically and kinematically indeterminate frameworks [J]. International Journal of Solids and Structures, 1986, 22(4): 409-428.
- [11] 钱若军. 张力结构形状判定评述[C]. 新型空间结构论文集, 浙江大学出版社, 1994.
Qian Ruojun. A review on form finding of tension structures [C]. Symposiums on new space structures, Zhejiang University Press. 1994. (in Chinese)
- [12] 袁行飞, 董石麟. 索穹顶结构整体可行预应力概念和应用[J]. 土木工程学报, 2001, (2): 33-37.
Yuan Xingfei, Dong Shilin. Application of integral feasible prestress of tensegrity cable domes [J]. Journal of Civil Engineering, 2001, 34(2): 33-37. (In Chinese)

(上接第 5 页)

参考文献:

- [1] Ray M B, Mallick S K. Interaction of flexure and torsion in steel-concrete composite beams [J]. India Concrete Journal, 1980, 54(3): 80-83.
- [2] 胡少伟. 钢-混凝土组合梁抗扭性能的研究[D]. 北京: 清华大学, 1999.
Hu Shaowei. Torsional behavior of composite steel-concrete beams [D]. Beijing: Tsinghua University, 1999. (in Chinese)
- [3] Johnson R P. Composite structures of steel and concrete [M]. London: Granada Publishing, LTD., 1975.
- [4] 包世华, 周坚. 薄壁构件结构力学[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1991.
Bao Shihua, Zhou Jian. Structural mechanics of thin-walled members [M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 1991. (in Chinese)
- [5] Yuan Si, Jin Yan and Williams F. Bending analysis of Mindlin plates by the extended Kantorovich method [J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1998, 124(12): 1339-1345.
- [6] Yuan Si. The finite element method of lines-theories and applications[M]. Beijing, New York: Science Press, 1993.
- [7] Ghosh B, Mallick S K. Strength of steel-concrete composite beams under combined flexure and torsion[J]. India Concrete Journal, 1979, 53(2): 186-194.
- [8] Narayanan R. Steel-concrete composite structures-stability and strength[M]. Amsterdam: Elsevier Applied Science Publishers, LTD, 1988.
- [9] Singh R K, Mallick S K. Experiments on steel-concrete beams subjected to torsion combined flexure and torsion [J]. Indian Concrete Journal, 1977, 51(6): 24-30.
- [10] Hsu T T. Torsion of reinforced concrete[M]. New York: Van Nostrand Reinhold Company Inc., 1985.