

文章编号: 1000-4750(2007)Sup.II-0168-09

# 超高层建筑束筒结构受确定性 动力作用的半解析分析

\*龚耀清, 杨富莲

(河南理工大学土木工程学院, 河南, 焦作 454000)

**摘 要:** 将超高层建筑束筒结构与其基础等效连续化为一个支撑在半无限大弹性地基上具有三维连续分布刚度和质量特性的加劲薄壁筒组合体, 并以此模型, 对其在多维简谐动力作用下的稳态反应进行了半解析分析, 并计算出了共振响应, 那就是当激励荷载的频率与结构系统的自振频率很接近时, 结构的动力响应会出现非常大的突变。计算结果表明: 模型的简化是合理的、可行的, 从而为超高层建筑束筒结构的整体动力分析提供了一种可行的方法, 并给出了几点对此类结构的抗震设计有指导意义的结论。

**关键词:** 超高层建筑; 束筒结构; 半解析分析; 三维分析模型; 结构动力响应; 共振响应; 常微分方程求解器  
中图分类号: TU311.3 文献标识码: A

## SEMI-ANALYTICAL ANALYSIS OF SUPER TALL BUILDING BUNDLED-TUBE STRUCTURE SUBJECT TO DETERMINISTIC DYNAMIC LOADINGS

\*GONG Yao-qing, YANG Fu-lian

(School of Civil Engineering, Henan Polytechnic University, Jiaozuo, Henan 454000, China)

**Abstract:** Super tall building bundled tube structure, together with its foundation and the subgrade is simplified equivalently and continuously into a three-dimensional model, a combination of stiffened-thin-wall tubes on semi-infinite elastic subgrade. The steady-state response of the model subject to multi-dimensional harmonic deterministic dynamic loadings was analyzed by semi-analytical method. The resonant response was found, i.e., step change will occur when the frequency of the excitation load is much close to the natural frequency of the structural system. The numerical results show that the analytical model and the method are effective and reasonable. A practicable method for the dynamic analysis of the super tall building bundled-tube structures is thus investigated. Some reasonable and significant conclusions are also presented.

**Key words:** super tall buildings; bundled-tube structures; semi-analytical analysis; three-dimensional analytical model; structural dynamic response; resonance response; ordinary differential equation solver

从结构上看, 束筒结构的承载能力强、侧向刚度大, 且有良好的延性和抗震性能<sup>[1,2]</sup>; 从建筑上看, 束筒结构可以提供较大的使用空间, 使建筑布置灵活。正是这些优点, 束筒结构体系常常被超高层建筑所采用, 这种结构体系可允许建筑物达到很高的

高度, 层数可超过 100 层(图 1)。然而, 对束筒结构的动力分析水平还远远滞后于其实际工程的要求<sup>[3]</sup>。所以, 研究束筒结构的动力分析问题不仅具有一定的科学理论意义, 而且也有广泛的工程应用价值。

收稿日期: 2007-03-18; 修改日期: 2007-05-27

基金项目: 河南省重点学科资助项目(504906)

作者简介: \*龚耀清(1956), 男, 宁夏人, 教授, 博士, 主要从事高层建筑结构的分析与研究(E-mail: gongyq@hpu.edu.cn);

杨富莲(1979), 女, 河南人, 硕士, 从事高层建筑结构的分析与研究。



图1 束筒结构实例

Fig.1 Example of bundled-tube structure

有鉴于此, 本文将超高层建筑束筒结构与其基础等效连续化为一个支撑在半无限大弹性地基上的加劲薄壁筒中筒组合体, 建立了能同时考虑上部结构与基础结构的刚度变化和质量在空间的分布特性以及地基的弹性变形等特点的三维半解析分析模型, 并以常微分方程求解器为工具, 分析计算了超高层建筑束筒结构受确定性动力作用下的稳态响应, 同时也计算出了它的共振响应—那就是当激励荷载的频率与结构系统的自振频率很接近时, 结构的动力响应会出现非常大的突变。算例结果表明: 分析模型是合理的、可行的, 从而为超高层建筑束筒结构的整体动力分析提供了一种合理可行的方法, 并给出了几点对此类结构的抗震设计有指导意义的结论。

## 1 分析模型的建立

本文所采用的物理模型为集地基、基础、上部结构为一体的三维一体化模型。这种模型具有三维连续分布的刚度和质量特性。

对于地基, 本文采用半无限大弹性地基。关于半无限大弹性体相应于各种地基变形的等效刚度文献[4, 5]已经给出了解析公式, 有了这些公式, 地基与基础之间的接触问题就可以很方便地进行量化处理。

对于基础, 把它看成是上部结构的一部分。事实上, 超高层建筑的基础结构是上部结构向地下的延伸, 只不过结构的尺寸与刚度有所增大, 它的结构体系基本上与其上部结构的结构体系具有相同的型式。

对于上部结构, 由于束筒结构是将几个筒体(通常为框筒)排放在一起, 由楼盖将它们约束起来共同抵抗水平荷载的作用。所以, 它是一种空间工作性能极好的一种结构体系, 不仅侧向刚度很大, 剪力滞后现象也比单筒有明显改善, 而且受力也比单个

框筒均匀。为了能用三维模型分析这种庞大而复杂的结构体系, 本文通过分析其受力和变形特点, 得出了如下两个便于简化计算的假定。

1) 刚性楼板假设, 即上部结构和基础结构的横截面在其自身平面内是无限刚性的, 平面外的刚度忽略不计。

2) 连接各束筒的普通框架的整体受力与变形特点与一个薄壁筒等效, 而且薄壁筒筒壁在以纵向正应力 $\sigma$ , 纵向及横向剪应力 $\tau$ 的平面应力状态下工作。它们是薄壁筒筒壁中心线方向坐标 $s$ 与纵向坐标 $z$ 的函数, 如图2所示。

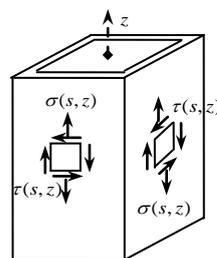


图2 筒壁的应力状态

Fig.2 Stress state of wall tube

这个假定也意味着: 沿薄壁筒筒壁截面中心线方向的环向正应力与沿轴线方向的纵向正应力相比可以忽略不计, 横截面上主要受纵向正应力与横向剪应力的作用(图2)。

有了这两个假定后, 就可将束筒结构等效连续化成由不同刚度和质量的闭口截面薄壁筒与加劲杆组合而成的加劲闭口截面薄壁筒组合体<sup>[6]</sup>。例如, 如图3所示的束筒结构, 它是由四个外筒与一个内筒组合而成的, 四个角上的外筒通过普通框架将它们连在一起, 组成外部结构; 外部结构与内筒又通过楼盖连接在一起, 组成整个束筒体系。简化时, 可将连接外围四个框筒的普通框架等效连续化为薄壁外筒, 将外围角点处四个框筒等效连续化为薄壁外筒的加劲杆, 将中心位置的框筒等效连续化为薄壁内筒, 它们共同协调工作(图4)。

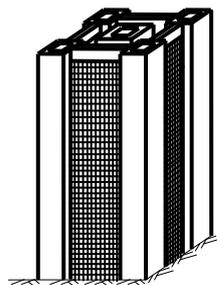


图3 束筒结构示意图

Fig.3 Sketch of bundled-tube structure

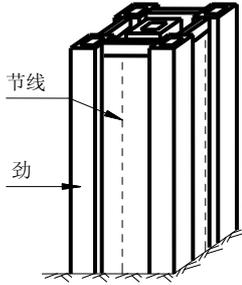


图4 加劲薄壁筒示意图

Fig.4 Sketch of stiffened thin wall tube

## 2 运动场的描述

实际上, 一个超高层建筑结构受确定性动力作用的稳态响应(运动场)  $U(X, t)$  总可以表示为一空间域上的形状函数  $V(X)$  与一时间域上的函数  $f(t)$  的乘积<sup>[7,8]</sup>, 即:

$$U(X, t) = V(X)f(t) \quad (1)$$

其中:  $X$  为结构体系的位置空间;  $f(t)$  为与动力作用函数变化规律相似的随动力作用时间而变化的函数, 当动力作用给定时, 它可变为一个已知函数。

对于一些特定的确定性动力作用, 结构的动力响应随时间的变化规律是比较容易确定的, 也就是说式(1)中的  $f(t)$  是容易确定的。于是, 如果对所分析的结构模型进行半离散化处理, 即取定义在结构模型节线上的单变量未知函数(形变函数)为广义坐标, 节线之间用插值函数, 则一个结构模型的运动场就可以用一组常微分方程和与其相应的边界条件来控制<sup>[9]</sup>。例如, 对图4所示的结构模型, 用纵向节线对内、外两个薄壁筒组合体进行划分, 即取内筒、外筒各个节线上的纵向形变  $\{w_{in}(z)\}_j$ 、 $\{w_{ex}(z)\}_j$  与薄壁筒横截面形心处的横向形变函数  $\{v_o(z)\} = \{[v_{ox}(z) \ v_{oy}(z) \ \theta(z)]^T\}_j$  为基本未知函数, 在内筒、外筒节线之间用插值函数  $\varphi_i(s_{in})$ 、 $\varphi_i(s_{ex})$ ; 再假定地面的竖向运动规律为  $u_g(t) = g(t)$ , 地面的水平运动规律为  $T_g(t) = \{v_g(t)\} = [f(t)]\{a\}$ , 则薄壁筒结构的运动场就可表示为:

$$u^i(s, z, t) = u(s, z, t) + u_g(t) =$$

$$\begin{cases} [\varphi(s_{in})]\{w_{in}(z)\}r(t) + g(t) \\ [\varphi(s_{ex})]\{w_{ex}(z)\}r(t) + g(t) \end{cases}_j$$

$$U_t = \left( \sum_{j=1}^n \left( \int_0^{H_j} \frac{1}{2} \left[ \oint_s \left[ E_t \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + G_t \left( \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial \bar{v}_t}{\partial z} \right)^2 \right] b ds + G_t J_d \left( \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \right)^2 dz \right) \right) \right)_{in} +$$

$$v_o^i(z, t) = v_o(z, t) + T_g(t) = ([f(t)]\{v_o(z)\} + \{v_g(t)\})_j \quad (2)$$

其中:  $z$  和  $s$  分别表示筒壁的纵向(轴线方向)与环向(截面中心线方向);  $j=1, 2, \dots, n$  为节线在纵向的分段数(共  $n$  段);  $u^i(s, z, t)$ ,  $v^i(z, t)$  为结构的纵向绝对运动和横向绝对运动;  $u(s, z, t)$ ,  $v_o(z, t)$  为结构的纵向相对运动和横向相对运动。

加劲杆的运动场可以表示为:

$$v^i(z, t) = v(z, t) + T_g(t) = ([f(t)]\{v_o(z)\} + \{v_g(t)\})_j$$

$$w^i(z, t) = w(z, t) + u_g(t) = (w(z)_i r(t) + g(t))_j \quad (3)$$

其中:  $i=1, 2, \dots, r$  为加劲杆的个数;  $w^i(z, t)$  为加劲杆轴向的绝对运动;  $w(z, t)$ ,  $v(z, t)$  为加劲杆轴向相对运动和横向相对运动;  $r(t)$ ,  $f(t)$  分别为与  $g(t)$ ,  $v_g(t)$  具有相同变化规律的时间函数。例如,

当

$$g(t) = a_z \sin \omega_z t \quad (4)$$

$$\{v_g(t)\} = \begin{bmatrix} \sin \omega_x t & 0 & 0 \\ 0 & \sin \omega_y t & 0 \\ 0 & 0 & \sin \omega_\theta t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_\theta \end{Bmatrix} \quad (5)$$

可以取:

$$r(t) = \sin \omega_z t \quad (6)$$

$$[f(t)] = \begin{bmatrix} \sin \omega_x t & 0 & 0 \\ 0 & \sin \omega_y t & 0 \\ 0 & 0 & \sin \omega_\theta t \end{bmatrix} \quad (7)$$

## 3 控制方程的推导

根据上述运动场, 结构系统的总势能可表示为:

$$\Pi = U_t + U_z + U_{tb} + U_{tg} + U_{zg} \quad (8)$$

其中:  $U_t$  为薄壁筒体的弹性应变能;  $U_z$  为加劲杆的弹性应变能;  $U_{tb}$  为存储在基坑周围的土体中的弹性应变能;  $U_{tg}$  为薄壁筒体底部地基中储存的弹性应变能;  $U_{zg}$  为加劲杆底部地基中储存的弹性应变能; 下标“in”表示内筒, 下标“ex”表示外筒, 分别为:

$$\left( \sum_{j=1}^n \left( \int_0^{H_j} \frac{1}{2} \left\{ \oint_s \left[ E_t \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + G_t \left( \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial \bar{v}_t}{\partial z} \right)^2 \right] b ds + G_t J_d \left( \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \right)^2 \right\} dz \right) \right)_{j_{ex}} \quad (9)$$

$$U_z = \sum_{j=1}^n \left( \int_0^{H_j} \frac{1}{2} \left\{ \sum_{i=1}^r (E_z I_y)_i \left( \frac{\partial^2 \bar{v}_{ox}}{\partial z^2} \right)_i^2 + \sum_{i=1}^r (E_z I_x)_i \left( \frac{\partial^2 \bar{v}_{oy}}{\partial z^2} \right)_i^2 + \sum_{i=1}^r (G_z J_g)_i \left( \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \right)_i^2 + \sum_{i=1}^r (E_z A)_i \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)_i^2 \right\} dz \right)_{j_{ex}} \quad (10)$$

$$U_{ib} = \frac{1}{2} \int_0^{H_1} dz \oint_s C_r (K_{Ht} \bar{v}_t^2 + K_{Hn} \bar{v}_n^2 + K_{Ht} (\rho \bar{\theta})^2) ds \quad (11)$$

$$U_{ig} = \left( \left[ \oint_s \frac{1}{2} (K_{Dz} u^2 + K_{Dt} \bar{v}_t^2 + K_{Dn} \bar{v}_n^2 + K_{Dt} (\rho \bar{\theta})^2) b ds \right]_{z=0} \right)_{in} + \left( \left[ \oint_s \frac{1}{2} (K_{Dz} u^2 + K_{Dt} \bar{v}_t^2 + K_{Dn} \bar{v}_n^2 + K_{Dt} (\rho \bar{\theta})^2) b ds \right]_{z=0} \right)_{ex} \quad (12)$$

$$U_{zg} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r \left[ K_{Dz} A_i w_i^2 + K_{Dt} A_i \bar{v}_{ox}^2 + K_{Dt} A_i \bar{v}_{oy}^2 + K_{Dt} (J_g)_i \bar{\theta}^2 + (K_{Dz} I_y)_i (v'_{ox})^2 + (K_{Dz} I_x)_i (v'_{oy})^2 \right]_{z=0} \quad (13)$$

结构系统的总动能可表示为：

$$T = T_t + T_z \quad (14)$$

其中： $T_t$ 为薄壁筒体的动能； $T_z$ 为加劲杆的动能。

$$T_t = \left( \sum_{j=1}^n \left( \frac{1}{2} \int_0^{H_j} \left\{ \oint_s m \left[ \left( \frac{\partial u^t}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{v}_t^t}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{v}_n^t}{\partial t} \right)^2 \right] b ds + J_t \left( \frac{\partial \bar{\theta}^t}{\partial t} \right)^2 \right\} dz \right) \right)_{j_{in}} + \left( \sum_{j=1}^n \left( \frac{1}{2} \int_0^{H_j} \left\{ \oint_s m \left[ \left( \frac{\partial u^t}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{v}_t^t}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{v}_n^t}{\partial t} \right)^2 \right] b ds + J_t \left( \frac{\partial \bar{\theta}^t}{\partial t} \right)^2 \right\} dz \right) \right)_{j_{ex}} \quad (15)$$

$$T_z = \sum_{j=1}^n \left( \frac{1}{2} \int_0^{H_j} \left\{ \sum_{i=1}^r (\bar{m})_i \left( \frac{\partial \bar{v}_{ox}^t}{\partial t} \right)^2 + \sum_{i=1}^r (\bar{m})_i \left( \frac{\partial \bar{v}_{oy}^t}{\partial t} \right)^2 + \sum_{i=1}^r (J_z)_i \left( \frac{\partial \bar{\theta}^t}{\partial t} \right)^2 + \sum_{i=1}^r (\bar{m})_i \left( \frac{\partial w^t}{\partial t} \right)_i^2 \right\} dz \right)_{j_{ex}} \quad (16)$$

上式中： $E_t$ 、 $E_z$ 分别为筒体和加劲杆材料抗拉压弹性模量； $G_t$ 、 $G_z$ 分别为筒体和加劲杆材料抗剪弹性模量； $G_t J_d$ 为筒体截面的抗扭刚度； $G_z J_g$ 为加劲杆截面的抗扭刚度； $\bar{v}_t$ 为筒壁在局部坐标系中的切向运动； $\bar{v}_n$ 为筒壁在局部坐标系中的法向运动； $\bar{\theta}$ 为筒壁在局部坐标系中的转动； $b$ 为筒壁壁厚； $E_z I_x$ 、 $E_z I_y$ 为加劲杆抗弯刚度； $E_z A$ 为加劲杆的抗拉压刚度； $m$ 为筒壁单位体积的质量； $\bar{m}$ 为加劲杆单位长度的质量； $K_{Ht}$ 为基坑坑壁的等效切向刚度； $K_{Hn}$ 为基坑坑壁的等效法向刚度； $K_{Dt}$ 为基坑底部的等效切向刚度； $K_{Dz}$ 为基坑底部的等效法向刚度； $C_r$ 基础与地基的接触系数； $\rho$ 为筒壁微元离横截面中心的距离； $J_t$ 为薄壁筒体横截面的转动惯量； $J_z$ 为加劲杆横截面的转动惯量； $\bar{v}_t^t$ 、 $\bar{v}_n^t$ 、

$\bar{\theta}^t$ 分别表示筒壁微分单元在局部坐标中的绝对切向、法向位移和转动； $\bar{v}_{ox}^t$ 、 $\bar{v}_{oy}^t$ 、 $\bar{\theta}^t$ 为加劲杆在局部坐标系中的横向绝对位移和转角。其表达式为：

$$\bar{v}_t^t = [\eta_t][T]^T [f(t)] \{v_o(z)\} + [\eta_t][T]^T \{v_g(t)\},$$

$$\bar{v}_n^t = [\eta_n][T]^T [f(t)] \{v_o(z)\} + [\eta_n][T]^T \{v_g(t)\},$$

$$\bar{\theta}^t = [I_0][T]^T [f(t)] \{v_o(z)\} + [I_0][T]^T \{v_g(t)\},$$

$$\bar{v}_t(z) = [\eta_t][T]^T [f(t)] \{v_o(z)\},$$

$$\bar{v}_n(z) = [\eta_n][T]^T [f(t)] \{v_o(z)\};$$

$$\bar{\theta}(z) = [I_0][T]^T [f(t)] \{v_o(z)\},$$

$$[\eta_t] = [\cos \alpha \quad \sin \alpha \quad \rho_t],$$

$$[\eta_n] = [-\sin \alpha \quad \cos \alpha \quad \rho_n], \quad [I_0] = [0 \quad 0 \quad 1];$$

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta & 0 \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 \\ \sin \beta / x^0 - \cos \beta / y^0 & \cos \beta / x^0 + \sin \beta / y^0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \delta \int_{t_1}^{t_2} (T - \Pi) dt = 0 \quad (17)$$

$$[I_\theta] = [I_0]^T [I_0], \quad w^j = w(z)_i \sin \omega_z t + a_z \sin \omega_z t.$$

可得控制微分方程组及其相应的边界与连接条件如下:

由 Hamilton 原理:

$$\left\{ \begin{aligned} & \left( E[\bar{A}_r] \{w''(z)\} + G[\bar{B}_r] \{w(z)\} - G_t [C_r^f] \{v'_o(z)\} + m[A_g^d] + \bar{R}(\omega_z) \bar{m}[A]_3 \right)_{ex} = \{0\} \\ & \left( E_t [A_r] \{w''(z)\} + (m[A_r^d] - G_t [B_r]) \{w(z)\} - G_t [C_r^f] \{v'_o(z)\} + m[A_g^d] \right)_{in} = \{0\} \\ & G([\bar{F}_{Dr}^\theta]_{33}) \theta''(z) + ((G_t ([C_r^f]^T)_3)_{ex} + (G_t ([C_r^f]^T)_3)_{in}) \{w'(z)\} + ((m \cdot [F_D^d]_{33})_{ex} + (m \cdot [F_D^d]_{33})_{in} - \\ & \quad C_r \cdot K_{Hr} ([\bar{F}_D]_{33} + \bar{R}(\omega_\theta) \sum_{i=1}^r (J_z)_i) \theta(z) + ((m \cdot [F_{Dg}^d]_{33})_{ex} + (m \cdot [F_{Dg}^d]_{33})_{in} + \bar{R}(\omega_\theta) \sum_{i=1}^r (J_z)_i a_\theta = 0 \end{aligned} \right. \quad (18a)$$

$$\left\{ \begin{aligned} & R(\omega_x) \sum_{i=1}^r (E_z I_y)_i v_{ox}^{(4)}(z) - ((G_t ([F_{Dt}^\theta]_{11})_{ex} + (G_t ([F_{Dt}^\theta]_{11})_{in}) v_{ox}''(z) - ((G_t ([C_r^f]^T)_1)_{ex} + \\ & \quad (G_t ([C_r^f]^T)_1)_{in}) \{w'(z)\} - ((m \cdot [F_D^d]_{11})_{ex} + (m \cdot [F_D^d]_{11})_{in} - C_r \cdot K_{Hr} ([\bar{F}_D]_{11} + \\ & \quad \bar{R}(\omega_x) \sum_{i=1}^r \bar{m}) v_{ox}(z) - ((m \cdot [F_{Dg}^d]_{11})_{ex} + (m \cdot [F_{Dg}^d]_{11})_{in}) - \bar{R}(\omega_x) \sum_{i=1}^r \bar{m} a_x = 0 \\ & R(\omega_y) \sum_{i=1}^r (E_z I_x)_i v_{oy}^{(4)}(z) - ((G_t ([F_{Dt}^\theta]_{22})_{ex} + (G_t ([F_{Dt}^\theta]_{22})_{in}) v_{oy}''(z) - ((G_t ([C_r^f]^T)_2)_{ex} + \\ & \quad (G_t ([C_r^f]^T)_2)_{in}) \{w'(z)\} - ((m \cdot [F_D^d]_{22})_{ex} + (m \cdot [F_D^d]_{22})_{in} - C_r \cdot K_{Hr} ([\bar{F}_D]_{22} + \\ & \quad \bar{R}(\omega_y) \sum_{i=1}^r \bar{m}) v_{oy}(z) - ((m \cdot [F_{Dg}^d]_{22})_{ex} + (m \cdot [F_{Dg}^d]_{22})_{in}) - \bar{R}(\omega_y) \sum_{i=1}^r \bar{m} a_y = 0 \end{aligned} \right. \quad (18b)$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \left( E[\bar{A}_r] \{w''(z)\} + G[\bar{B}_r] \{w(z)\} - G_t [C_r^f] \{v'_o(z)\} + m[A_g^d] + \bar{R}(\omega_z) \bar{m}[A]_3 \right)_{ex} = \{0\} \\ & \left( E_t [A_r] \{w''(z)\} + (m[A_r^d] - G_t [B_r]) \{w(z)\} - G_t [C_r^f] \{v'_o(z)\} + m[A_g^d] \right)_{in} = \{0\} \\ & G([\bar{F}_{Dr}^\theta]_{33}) \theta''(z) + ((G_t ([C_r^f]^T)_3)_{ex} + (G_t ([C_r^f]^T)_3)_{in}) \{w'(z)\} + ((m \cdot [F_D^d]_{33})_{ex} + (m \cdot [F_D^d]_{33})_{in} + \\ & \quad \bar{R}(\omega_\theta) \sum_{i=1}^r (J_z)_i) \theta(z) + ((m \cdot [F_{Dg}^d]_{33})_{ex} + (m \cdot [F_{Dg}^d]_{33})_{in} + \bar{R}(\omega_\theta) \sum_{i=1}^r (J_z)_i a_\theta = 0 \\ & R(\omega_x) \sum_{i=1}^r (E_z I_y)_i v_{ox}^{(4)}(z) - ((G_t ([F_{Dt}^\theta]_{11})_{ex} + (G_t ([F_{Dt}^\theta]_{11})_{in}) v_{ox}''(z) - ((G_t ([C_r^f]^T)_1)_{ex} + \\ & \quad (G_t ([C_r^f]^T)_1)_{in}) \{w'(z)\} - ((m \cdot [F_D^d]_{11})_{ex} + (m \cdot [F_D^d]_{11})_{in} + \bar{R}(\omega_x) \sum_{i=1}^r \bar{m}) v_{ox}(z) - \\ & \quad ((m \cdot [F_{Dg}^d]_{11})_{ex} + (m \cdot [F_{Dg}^d]_{11})_{in}) - \bar{R}(\omega_x) \sum_{i=1}^r \bar{m} a_x = 0 \\ & R(\omega_y) \sum_{i=1}^r (E_z I_x)_i v_{oy}^{(4)}(z) - ((G_t ([F_{Dt}^\theta]_{22})_{ex} + (G_t ([F_{Dt}^\theta]_{22})_{in}) v_{oy}''(z) - ((G_t ([C_r^f]^T)_2)_{ex} + \\ & \quad (G_t ([C_r^f]^T)_2)_{in}) \{w'(z)\} - ((m \cdot [F_D^d]_{22})_{ex} + (m \cdot [F_D^d]_{22})_{in} + \\ & \quad \bar{R}(\omega_y) \sum_{i=1}^r \bar{m}) v_{oy}(z) - ((m \cdot [F_{Dg}^d]_{22})_{ex} + (m \cdot [F_{Dg}^d]_{22})_{in}) - \bar{R}(\omega_y) \sum_{i=1}^r \bar{m} a_y = 0 \end{aligned} \right. \quad (19)$$

$$\left\{ \begin{aligned}
& (E[\bar{A}_r]\{w'(0)\} - (K_{Dz}[A_r] + R(\omega_z)\sum_{i=1}^r K_{Dz}A_i)\{w(0)\})_{ex} = \{0\} \\
& (E_t[A_r]\{w'(0)\} - K_{Dz}[A_r]\{w(0)\})_{in} = \{0\} \\
& G([\bar{F}_{Dt}^\theta]_{33})\theta'(0) + (((G_t[C_r^f]^T)_3)_{ex} + ((G_t[C_r^f]^T)_3)_{in})\{w(0)\} - \\
& \quad ((K_{Dt}([F_D])_{33})_{ex} + (K_{Dt}([F_D])_{33})_{in} + R(\omega_\theta)\sum_{i=1}^r K_{Dt}(J_g)_i)\theta(0) = 0 \\
& -R(\omega_x)\sum_{i=1}^r (E_z I_y)_i v_{ox}'''(0) + ((G_t([F_{Dt}^\theta]_{11})_{ex} + (G_t([F_{Dt}^\theta]_{11})_{in}))v_{ox}'(0) + ((G_t([C_r^f]^T)_1)_{ex} + \\
& \quad (G_t([C_r^f]^T)_1)_{in})\{w(0)\} - ((K_{Dt}([F_D]_{11})_{ex} + (K_{Dt}([F_D]_{11})_{in} + R(\omega_x)\sum_{i=1}^r K_{Dt}A_i)v_{ox}(0) = 0 \\
& R(\omega_x)\sum_{i=1}^r (E_z I_y)_i v_{ox}''(0) - R(\omega_x)\sum_{i=1}^r (K_{Dz}I_y)_i v_{ox}'(0) = 0 \\
& -R(\omega_y)\sum_{i=1}^r (E_z I_x)_i v_{oy}'''(0) + ((G_t([F_{Dt}^\theta]_{22})_{ex} + (G_t([F_{Dt}^\theta]_{22})_{in}))v_{oy}'(0) + ((G_t([C_r^f]^T)_2)_{ex} + \\
& \quad (G_t([C_r^f]^T)_2)_{in})\{w(0)\} - ((K_{Dt}([F_D]_{22})_{ex} + (K_{Dt}([F_D]_{22})_{in} + R(\omega_y)\sum_{i=1}^r K_{Dt}A_i)v_{oy}(0) = 0 \\
& R(\omega_y)\sum_{i=1}^r (E_z I_x)_i v_{oy}''(0) - R(\omega_y)\sum_{i=1}^r (K_{Dz}I_x)_i v_{oy}'(0) = 0
\end{aligned} \right. \quad (20)$$

$$\left\{ \begin{aligned}
& (E[\bar{A}_r]\{w'(H)\})_{ex} = \{0\} \\
& (E_t[A_r]\{w'(H)\})_{in} = \{0\} \\
& G([\bar{F}_{Dt}^\theta]_{33})\theta'(H) + (((G_t[C_r^f]^T)_3)_{ex} + ((G_t[C_r^f]^T)_3)_{in})\{w(H)\} = 0 \\
& R(\omega_x)\sum_{i=1}^r (E_z I_y)_i v_{ox}''(H) = 0 \\
& R(\omega_x)\sum_{i=1}^r (E_z I_y)_i v_{ox}'''(H) - ((G_t([F_{Dt}^\theta]_{11})_{ex} + (G_t([F_{Dt}^\theta]_{11})_{in}))v_{ox}'(H) - (((G_t[C_r^f]^T)_1)_{ex} + \\
& \quad ((G_t[C_r^f]^T)_1)_{in})\{w(H)\} = 0 \\
& R(\omega_y)\sum_{i=1}^r (E_z I_x)_i v_{oy}''(H) = 0 \\
& R(\omega_y)\sum_{i=1}^r (E_z I_x)_i v_{oy}'''(H) - ((G_t([F_{Dt}^\theta]_{22})_{ex} + (G_t([F_{Dt}^\theta]_{22})_{in}))v_{oy}'(H) - (((G_t[C_r^f]^T)_2)_{ex} + \\
& \quad ((G_t[C_r^f]^T)_2)_{in})\{w(H)\} = 0
\end{aligned} \right. \quad (21)$$

$$\left\{ \begin{aligned}
& \{w_{ex}(z)\}_j = \{w_{ex}(z)\}_{j+1}, \quad \{w_{in}(z)\}_j = \{w_{in}(z)\}_{j+1} \\
& (\theta(z))_j = (\theta(z))_{j+1} \\
& (v_{ox}(z))_j = (v_{ox}(z))_{j+1}, \quad (v_{ox}'(z))_j = (v_{ox}'(z))_{j+1} \\
& (v_{oy}(z))_j = (v_{oy}(z))_{j+1}, \quad (v_{oy}'(z))_j = (v_{oy}'(z))_{j+1}
\end{aligned} \right. \quad (22)$$

$$\left. \begin{aligned}
& ((E[\bar{A}_r]\{w'(z)\})_{ex})_j = ((E[\bar{A}_r]\{w'(z)\})_{ex})_{j+1} \\
& ((E_t[A_r]\{w'(z)\})_{in})_j = ((E_t[A_r]\{w'(z)\})_{in})_{j+1} \\
& (G([\bar{F}_{Dt}^\theta]_{33})\theta'(z) + (((G_t[C_r^f]^T)_3)_{ex} + ((G_t[C_r^f]^T)_3)_{in})\{w(z)\})_j = \\
& \quad (G([\bar{F}_{Dt}^\theta]_{33})\theta'(z) + (((G_t[C_r^f]^T)_3)_{ex} + ((G_t[C_r^f]^T)_3)_{in})\{w(z)\})_{j+1} \\
& (R(\omega_x)\sum_{i=1}^r (E_z I_y)_i v_{ox}''(z))_j = (R(\omega_x)\sum_{i=1}^r (E_z I_y)_i v_{ox}''(z))_{j+1} \\
& (R(\omega_x)\sum_{i=1}^r (E_z I_y)_i v_{ox}'''(z) - ((G_t([F_{Dt}^\theta]_{11})_{ex} + (G_t([F_{Dt}^\theta]_{11})_{in}))v_{ox}'(z) - ((G_t([C_r^f]^T)_1)_{ex} + \\
& \quad (G_t([C_r^f]^T)_1)_{in})\{w(z)\})_j = (R(\omega_x)\sum_{i=1}^r (E_z I_y)_i v_{ox}'''(z) - ((G_t([F_{Dt}^\theta]_{11})_{ex} + \\
& \quad (G_t([F_{Dt}^\theta]_{11})_{in}))v_{ox}'(z) - ((G_t([C_r^f]^T)_1)_{ex} + (G_t([C_r^f]^T)_1)_{in})\{w(z)\})_{j+1} \\
& (R(\omega_y)\sum_{i=1}^r (E_z I_x)_i v_{oy}''(z))_j = (R(\omega_y)\sum_{i=1}^r (E_z I_x)_i v_{oy}''(z))_{j+1} \\
& (R(\omega_y)\sum_{i=1}^r (E_z I_x)_i v_{oy}'''(z) - ((G_t([F_{Dt}^\theta]_{22})_{ex} + (G_t([F_{Dt}^\theta]_{22})_{in}))v_{oy}'(z) - ((G_t([C_r^f]^T)_2)_{ex} + \\
& \quad (G_t([C_r^f]^T)_2)_{in})\{w(z)\})_j = (R(\omega_y)\sum_{i=1}^r (E_z I_x)_i v_{oy}'''(z) - ((G_t([F_{Dt}^\theta]_{22})_{ex} + \\
& \quad (G_t([F_{Dt}^\theta]_{22})_{in}))v_{oy}'(z) - ((G_t([C_r^f]^T)_2)_{ex} + (G_t([C_r^f]^T)_2)_{in})\{w(z)\})_{j+1}
\end{aligned} \right\} \quad (23)$$

式(18)、式(19)分别是关于基础、上部结构的控制微分方程，他们实际上是微分段加劲薄壁筒组合体的动平衡方程，前两组为加劲薄壁筒组合体的内、外薄壁筒竖向的动平衡方程，后三个为整个微分段水平力的动平衡方程；式(20)和式(21)分别表示基础底部与薄壁筒顶部的边界条件，它们实际上是基础底部与薄壁筒顶部的动平衡条件；式(22)、式(23)为结构系统各部分连接处的连接条件，实际上为连接处的位移协调条件和力的动平衡条件。其它符号的意义如下：

$$E[\bar{A}_r] = (E_t[A_r] + R(\omega_z)[E_z A]_1) ;$$

$$[A_r] = \int_{t_1}^{t_2} [A] r^2(t) dt ; \quad [A] = \int_{\sum s} [\varphi(s)]^T [\varphi(s)] b ds ;$$

$$R(\omega_z)[E_z A]_1 = R(\omega_z) \sum_{i=1}^r (E_z A)_i ;$$

$$R(\omega_z) = \frac{\pi}{\omega_x} - \frac{1}{4\omega_z} \sin \frac{4\omega_z}{\omega_x} \pi ;$$

$$G[\bar{B}_r] = (m[A_r^d] - G_t[B_r] + \bar{R}(\omega_z)\bar{m}[A]_2) ;$$

$$[A_r^d] = \int_{t_1}^{t_2} [A] r^2(t) dt ; \quad [B_r] = \int_{t_1}^{t_2} [B] r^2(t) dt$$

$$[B] = \int_{\sum s} [\varphi'(s)]^T [\varphi'(s)] b ds ;$$

$$\bar{R}(\omega_z)\bar{m}[A]_2 = \bar{R}(\omega_z) \sum_{i=1}^r \bar{m} ;$$

$$\bar{R}(\omega_z) = \frac{\omega_z^2 \pi}{\omega_x} + \frac{\omega_z}{4} \sin \frac{4\omega_z}{\omega_x} \pi ;$$

$$[C_r^f] = \int_{t_1}^{t_2} [C][T]^T [f(t)] r(t) dt ;$$

$$[C] = \int_{\sum s} [\varphi'(s)]^T [\eta_t] b ds ;$$

$$\bar{R}(\omega_z)\bar{m}[A]_3 = \bar{R}(\omega_z) \sum_{i=1}^r \bar{m} a_z ;$$

$$G([\bar{F}_{Dt}^\theta]_{33}) = (G_t([F_{Dt}^\theta]_{33})_{ex} + (G_t([F_{Dt}^\theta]_{33})_{in}) +$$

$$R(\omega_\theta) \sum_{i=1}^r (G_z J_g)_i ;$$

$$R(\omega_\theta) = \frac{\pi}{\omega_x} - \frac{1}{4\omega_\theta} \sin \frac{4\omega_\theta}{\omega_x} \pi ;$$

$$[F_{Dt}^\theta] = \int_{t_1}^{t_2} [f(t)]^T [D_t^\theta] r(t) dt ;$$

$$[D_t^\theta] = [T]([D_t] + [D_\theta])[T]^T ; \quad [D_t] = \int_{\sum s} [\eta_t]^T [\eta_t] b ds ;$$

$$[D_\theta] = J_d [I_0]^T [I_0] ; \quad J_d = \int_{\sum s} \rho^2 ds ;$$

$$[F_D^d] = \int_{t_1}^{t_2} [\dot{f}(t)]^T [D] [\dot{f}(t)] dt ;$$

$$[D] = [T]([D_t] + [D_n] + [D_\theta])[T]^T;$$

$$[D_n] = \int_{\sum^s} [\eta_n]^T [\eta_n] b ds;$$

$$[\bar{F}_D] = \int_{t_1}^{t_2} [f(t)]^T [\bar{D}] [f(t)] dt;$$

$$[\bar{D}] = \frac{1}{b} [T]([D_t] + \frac{K_{Hn}}{K_{Ht}} [D_n] + [D_\theta])[T]^T;$$

$$\bar{R}(\omega_\theta) = \frac{\omega_\theta^2 \pi}{\omega_x} + \frac{\omega_\theta}{4} \sin \frac{4\omega_\theta}{\omega_x} \pi;$$

$$[F_{Dg}^d] = \int_{t_1}^{t_2} [\dot{f}(t)]^T [D] \{\dot{v}_g(t)\} dt;$$

$$R(\omega_x) = \frac{\pi}{\omega_x}; \bar{R}(\omega_x) = \omega_x \pi;$$

$$R(\omega_y) = \frac{\pi}{\omega_x} - \frac{1}{4\omega_y} \sin \frac{4\omega_y}{\omega_x} \pi;$$

$$\bar{R}(\omega_y) = \frac{\omega_y^2 \pi}{\omega_x} + \frac{\omega_y}{4} \sin \frac{4\omega_y}{\omega_x} \pi;$$

$$[A_g^d] = \int_{t_1}^{t_2} [A_h] \dot{r}(t) \dot{g}(t) dt; [A_h] = \int_{\sum^s} [\varphi(s)]^T b ds;$$

$$[F_D] = \int_{t_1}^{t_2} [f(t)]^T [D] [f(t)] dt$$

以上方程组可用高质高效的常微分方程求解器 COLSYS<sup>[10]</sup>进行求解。

### 4 算例

图 5 为钢筋混凝土束筒结构的横截面，等效薄壁外筒平均等效厚度为 0.45m，等效薄壁内筒平均等效厚度为 0.55m，筒截面为 16m×16m，跨度为 38m，基础高 16m，筒高 195m，筒帽高 5m。结构材料的质量密度取 25.0×10<sup>3</sup> kg/m<sup>3</sup>，钢筋混凝土弹性模量： $E = 3.25 \times 10^7$  kPa， $G = 1.22 \times 10^7$  kPa。基础底部、基坑坑壁的等效刚度分别为：

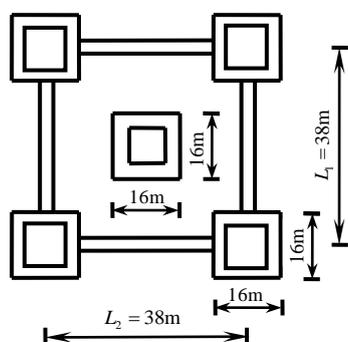


图 5 束筒结构横截面示意图

Fig.5 Sketch of cross section of bundled-tube structure

$$K_{Dz} = r_d 20.0 \times 10^6 \text{ kPa/m}, K_{Dt} = r_d 15.7 \times 10^6 \text{ kPa/m}$$

$$K_{Hn} = r_d 18.0 \times 10^6 \text{ kPa/m}, K_{Ht} = r_d 13.5 \times 10^6 \text{ kPa/m}$$

$r_d$  为由场地情况确定的系数， $C_r$  为基础与地基的接触系数(本例取  $C_r = 1.0$ )。

由于推导控制方程时假设了地震动的规律为式(4)和式(5)，所以地面的竖向运动取为  $a_z \sin \omega_z t$ ；地面的水平方向的运动分别取为  $a_x \sin \omega_x t$ ， $a_y \sin \omega_y t$ ；绕  $z$  轴的转动方向为  $a_\theta \sin \omega_\theta t$ 。

为了研究结构对不同频率组合的响应，本例中假定：地面竖向运动的频率  $\omega_z$  与横向运动频率  $\omega_x, \omega_y, \omega_\theta$  中的任何一个不相同但横向运动的频率可以相同。

将以上算例的具体数值代入控制方程式(18)与式(19)及相应的边界与连接条件式(20)~式(23)，用常微分方程求解器 COLSYS 求解就可获得计算结果，从而可以得出结构的横向与地面的相对运动为： $v_{ox}(z, t) = v_{ox}(z) \sin \omega_x t$ ， $v_{oy}(z, t) = v_{oy}(z) \sin \omega_y t$ ， $\theta(z, t) = \theta(z) \sin \omega_\theta t$ ，其中  $v_{ox}(z)$ ， $v_{oy}(z)$ ， $\theta(z)$  是由求解器 COLSYS 求出的数值解。

### 5 计算结果分析

通过分析计算结果，可得出以下几点：

(1) 结构系统的刚度与质量的改变会对结构的动力响应产生根本性的变化。刚度与质量的改变并不只是指大小的改变，而且也包括刚度与质量分布的改变。在本例中，所有质量在原有结构上做相应增加，所得的结果减小了各自方向上的自振频率，并且增大了横向运动和扭转运动，而纵向运动变小了。此结果与理论分析<sup>[7,8]</sup>结果是一致的。这个结论表明：对结构的质量做太多简化的分析结果同样不能真实地反映结构的动力特性。

(2) 地基的刚度会对结构系统的动力响应有不可低估的影响，但这种影响会随着地基刚度的增加而越来越小。当地基的刚度增加到与基础的刚度比较接近或超过基础的刚度时，可按刚性地基来处理。

(3) 地震动的频率对结构的动力响应有着本质的影响，尤其当它与结构的某个自振频率很接近时，结构就会发生共振。反映在计算结果中，结构的动力响应在数值上变得特别大，而且会突变。图 6 为算例水平方向的横向响应  $v_{ox}$  随  $\omega_x$  的变化规律，从图 6 中可以看出：当  $\omega_x = 3.68$  时，结构系统

会产生共振(最大的位移是其它方向位移的几百倍)。

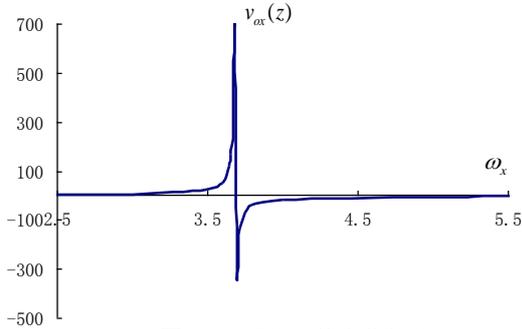


图6  $v_{ox}$  随  $\omega_x$  的变化规律

Fig.6 Variable law between  $v_{ox}(z)$  and  $\omega_x$

(4) 结构不但发生单一方向的共振,也能发生耦合共振。即当地震动的频率  $\omega_x, \omega_y, \omega_\theta, \omega_z$  变化到一定程度时,耦合共振也会发生,而且耦合共振会有很多种组合。本例中,当  $\omega_x = 3.8, \omega_y = 1.0, \omega_\theta = 5.0, \omega_z = 1.5$  就是耦合共振中的一种,此时,  $x$  方向、 $y$  方向和  $\theta$  方向的最大位移为  $v_{ox} = -41.385, v_{oy} = 195.799, v_\theta = 16.819$ ;  $\omega_x = 3.7, \omega_y = 3.6, \omega_\theta = 5.0, \omega_z = 1.5$  也是耦合共振中的一种,此时,  $x$  方向、 $y$  方向和  $\theta$  方向的最大位移为  $v_{ox} = -332.220, v_{oy} = 23.395, v_\theta = 14.208$ ; 他们都是输入幅值 ( $a_x = a_y = a_\theta = 2$ ) 的几倍、几十倍、甚至几百倍。由此推断耦合共振也会对结构造成很大的破坏,这说明假如只分析结构在某个单一方向的周期(或频率)的话,并不能了解结构的真实动力特性。

(5) 当地震动的频率大到一定程度时,结构就会进入下一个振型的振动。当接近第二振型和第三振型的自振频率时,又会发生共振。

(6) 结构的响应与地震动的幅值  $a_x, a_y, a_\theta, a_z$  之间呈线性关系,也就是说,当  $a_x, a_y, a_\theta, a_z$  的值增大时,结构的动力响应也随之增大,反之,则减小。但地震动的幅值不会改变结构振动的振型。

#### 参考文献:

[1] Council of Tall Buildings and Urban Habitat. Structural systems for tall buildings [M]. Singapore: McGraw-Hill, 1995.  
 [2] 包世华. 新编高层建筑结构[M]. 第二版. 北京: 中国水利水电出版社, 2005.

Bao Shihua. New edition of tall building structures [M]. Second edition. Beijing: China Water Conservancy and Hydropower Press, 2005. (in Chinese)  
 [3] 王振宇, 刘晶波, 汪勇, 徐凯, 裘建东. 超高层多筒巨型柱框架体系动力特性与地震反应研究[J]. 建筑结构学报, 2003, 24(1): 54~58.  
 Wang Zhenyu, Liu Jingbo, Wang Yong, Xu Kai, Qiu Jiandong. Study on dynamic properties and seismic responses of super high-rise multitube-megacolumn-frame systems [J]. Journal of Building Structures, 2003, 24(1): 54~58. (in Chinese)  
 [4] 龚耀清. 弹性地基上高层建筑结构及半解析法研究[D]. 北京: 清华大学, 1999.  
 Gong Yaoqing. Tall building structures on elastic subgrade and research of semi-analytical method [D]. Beijing: Tsinghua University, 1999. (in Chinese)  
 [5] 龚耀清, 张正维. 半无限大弹性地基等效刚度公式及其应用[J]. 工程力学, 2007, 24(5): 10~16.  
 Gong Yaoqing, Zhang Zhengwei. Formulation of equivalent stiffness for semi-infinite elastic subgrade and its application [J]. Engineering Mechanics, 2007, 24(5): 10~16. (in Chinese)  
 [6] 李珂. 超高层建筑束筒结构与其基础地基共同工作研究[D]. 焦作: 河南理工大学, 2006.  
 Li Ke. Investigation for interactions between the subgrade and the foundation and the superstructure of the bundled-tube structure of super tall buildings [D]. Jiaozuo: Henan Polytechnic University, 2006. (in Chinese)  
 [7] 王光远. 建筑结构的振动[M]. 北京: 科学出版社, 1978.  
 Wang Guangyuan. Vibration of building structure [M]. Beijing: Science Press, 1978. (in Chinese)  
 [8] Clough R W, Penzien J. Dynamics of structures [M]. McGraw-Hill, 1995.  
 [9] 龚耀清, 孙洪鑫. 弹性地基上超高层建筑空间巨型框架受任意确定性动力作用的半解析分析[J]. 工程力学, 2006, 23(Sup. II): 23~31.  
 Gong Yaoqing, Sun Hongxin. Semi-analytical analysis of super tall building space mag-e-frame structure on elastic subgrade due to arbitrary deterministic dynamic loadings [J]. Engineering Mechanics, 2006, 23(Sup. II): 23~31. (in Chinese)  
 [10] 袁骊. 介绍一个常微分方程边值问题通用程序—COLSYS[J]. 计算结构力学及其在应用, 1990, 7(2): 104~105.  
 Yuan Si. Introduction of a common compute program for boundary problems of ordinary differential equation—COLSYS [J]. Computational Mechanics and Application, 1990, 7(2): 104~105. (in Chinese)