

文章编号: 1000-4750(2009)04-0202-05

有限长橡胶筒径向刚度精确解

*彭 彪, 朱石坚

(海军工程大学理学院, 武汉 430033)

摘 要: 基于经典弹性理论, 利用欧拉方程组推导了橡胶筒承受径向载荷时的平面问题位移解析解, 推导过程中未采用体积不可压缩假设, 考虑了泊松比的影响, 得到平面问题径向刚度。利用变型贝塞尔函数导出了有限长橡胶筒端面解除约束后径向位移的改变量, 叠加平面应变时的径向位移得到有限长橡胶筒径向刚度的精确解。结果表明泊松比在 0.48—0.5 的范围内取值不同对平面应变时的径向刚度影响非常大。有限长橡胶筒径向刚度精确解与试验数据是一致的。

关键词: 橡胶筒; 径向刚度; 三维弹性理论; 解析解; 位移法; 欧拉方程组; 贝塞尔函数

中图分类号: TQ336.4⁺3; O343.2; O174.61 **文献标识码:** A

EXACT RADIAL STIFFNESS OF RUBBER BUSH MOUNTINGS WITH FINITE LENGTHS

*PENG Biao, ZHU Shi-jian

(College of Science, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: Based on the theory of elasticity, an analytic expression is derived for the displacement of a cylindrical rubber bush mountings subjected to radial loading using Euler equations. The assumption of incompressibility is not adopted to evaluate the influence of Poisson's ratio. And the radial stiffness for plane problem is deduced. The displacement's increment after releasing the restrictions of both ends is derived using modified Bessel functions, and then, the exact radial stiffness of the bush with finite lengths is obtained according to superposition of displacements. It is shown that the influence of Poisson's ratio on the radial stiffness is great when it is from 0.48 to 0.5. The calculated radial stiffness is consistent with that from the available experimental data.

Key words: rubber bush mountings; radial stiffness; 3D elastic theory; analytic solution; displacement methods; Euler equations; Bessel function

近几十年来橡胶筒弹性减振结构广泛用于工程实际中。该结构由刚性的内金属套、外金属套及固化在其上的橡胶筒组成。内套固定, 外套受到径向力 W 的作用产生位移 d , 该橡胶筒的内外半径分别为 a 和 b , 径比 $\omega = b/a$ 。 $\beta = W/(GdL)$ 是橡胶筒弹性减振结构无量纲径向刚度, 式中: G 为橡胶材料的剪切弹性模量, L 为橡胶筒的长度。为了得到此刚度, 需求出外套产生位移 d 需加多大的径向力 W ,

这是按位移法求解的三维弹性力学问题。

Adkins^[1]从理论和试验上研究了橡胶筒承受扭转、轴向力、径向力及偏斜载荷情况下的变形特性。Hill^[2]利用傅里叶-贝塞尔函数首先推导了有限长橡胶筒的径向刚度公式, 其数值计算非常繁琐。Horton^[3-4]根据变型贝塞尔函数推导了有限长橡胶筒的径向刚度公式:

收稿日期: 2007-12-27; 修改日期: 2008-10-21

基金项目: 国家部委基金项目(10105010202)

作者简介: *彭 彪(1965—), 男, 四川达州人, 讲师, 博士生, 主要从事工程力学研究(E-mail: billpaine@163.com);

朱石坚(1955—), 男, 湖南双峰人, 教授, 博士, 博导, 主要从事振动与噪声控制研究(E-mail: zhushj@public.wh.hb.cn)。

$$\beta_1 = \frac{W}{GdL} = \frac{10\pi}{\frac{7}{2} \ln \omega - \frac{3}{2} \frac{\omega^2 - 1}{\omega^2 + 1} + D_1} \quad (1)$$

式中： D_1 是关于 a, b, L 的第一类和第二类变型贝塞尔函数的混合表达式。他们在推导过程中都使用了体积不可压缩假设，该假设隐含泊松比 $\nu=0.5$ ，而实际上橡胶材料的泊松比只是接近 0.5。大量实验研究表明橡胶材料的泊松比在 0.48—0.5 之间^[5-7]。Busfield^[8]通过试验研究表明：现在常用的径向刚度理论解都不精确。文献[9—11]研究了泊松比对薄橡胶圆盘及橡胶筒变形的影响，结果表明：即使泊松比与 0.5 仅有一点点偏差，薄橡胶圆盘的压缩变形或长橡胶筒的径向变形都将显著变化。

为了考虑泊松比对有限长橡胶筒弹性减振结构径向刚度的影响，本文推导了该问题包含泊松比变化因素的位移解析解，得到了有限长橡胶筒径向刚度的精确表达式。本文推导过程如下：首先建立径向受力模型并给出控制方程；其次利用 Euler 方程组推导平面应变问题的解析解，并导出径向位移及轴向应力公式，然后利用变型贝塞尔函数推导橡胶筒端面解除轴向约束后径向位移的改变量，叠加平面应变时的径向位移得到有限长橡胶筒径向刚度的精确解；最后，将径向刚度精确解与 Hill、Horton 给出的理论解及 Adkins 给出的试验结果进行比较。

1 模型及控制方程

橡胶筒内外半径为 a 和 b ，分别固化在刚体金属套上，本文采用柱坐标系，橡胶筒内任意一点 P 的坐标为 (r, θ, z) ，如图 1(a)所示， z 轴原点在筒轴向中间对称面内。

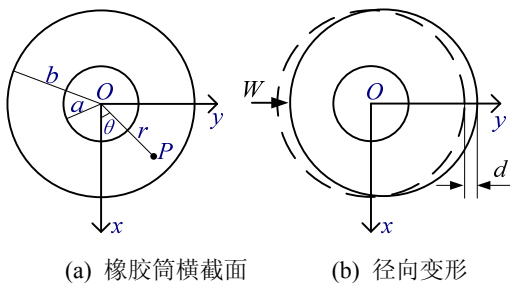


图 1 橡胶筒横截面及径向变形

Fig.1 Cross-section and radial deformation

假设内套固定，外套沿 y 轴正方向受到力 W 作用并沿该方向产生位移 d ，如图 1(b)所示。假设橡

胶是连续、均匀、各向同性的，并且变形为小变形满足经典线弹性理论的要求。点 P 的径向、周向及轴向位移分别为 u, v 和 w 。

在 z 方向应力分量应满足平衡方程：

$$r \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{z\theta}}{\partial \theta} + \sigma_{rz} + r \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} = 0 \quad (2)$$

平面问题在 oxy 面内的平衡方程为：

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{2\sigma_{r\theta}}{r} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

2 橡胶筒平面问题时的径向刚度

假设橡胶筒内圆柱面固定，外圆柱面受到径向载荷 W 的作用，同时两端面受到轴向应力 $\sigma_{zz}=F(r)\sin\theta$ 的作用，使得端面保持平面不发生翘曲，即处于平面应变状态。在此复合受力状态下外圆柱面沿力 W 方向产生位移 d_A 。边界条件为：

$$\begin{cases} u|_{r=a} = v|_{r=a} = 0 \\ u|_{r=b} = d_A \sin \theta, \quad v|_{r=b} = d_A \cos \theta \end{cases} \quad (4)$$

假设橡胶筒内任意一点 P 的位移分量为：

$$u = U(r)d_A \sin \theta, \quad v = V(r)d_A \cos \theta \quad (5)$$

U, V 仅为 r 的函数。将式(5)代入平面应变问题几何方程、广义虎克定律和平衡方程(3)，得到关于 U, V 的欧拉方程组：

$$\begin{cases} \frac{d^2 U}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dU}{dr} - \frac{1}{2(1-\nu)} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} - \frac{3-4\nu}{2(1-\nu)} \frac{U-V}{r^2} = 0 \\ \frac{d^2 V}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} + \frac{1}{1-2\nu} \frac{1}{r} \frac{dU}{dr} + \frac{3-4\nu}{1-2\nu} \frac{U-V}{r^2} = 0 \end{cases}$$

该方程组的解为：

$$U = c_1 + c_2 \ln\left(\frac{r}{a}\right) + c_3 \left(\frac{r}{a}\right)^2 + c_4 \left(\frac{r}{a}\right)^{-2}$$

$$V = c_1 + c_2 \left(\frac{1}{3-4\nu} + \ln\left(\frac{r}{a}\right)\right) + \frac{5-4\nu}{4\nu-1} c_3 \left(\frac{r}{a}\right)^2 - c_4 \left(\frac{r}{a}\right)^{-2}$$

式中：待求常数 c_1, c_2, c_3 和 c_4 由式(4)确定为：

$$c_1 = \frac{(4\nu-1) - (3-4\nu)\omega^2}{2(3-4\nu)^2(\omega^2+1)\ln\omega - 2(\omega^2-1)}$$

$$c_2 = \frac{2(3-4\nu)^2(\omega^2+1)}{2(3-4\nu)^2(\omega^2+1)\ln\omega - 2(\omega^2-1)}$$

$$c_3 = \frac{-(4\nu-1)}{2(3-4\nu)^2(\omega^2+1)\ln\omega - 2(\omega^2-1)}$$

$$c_4 = \frac{(3-4\nu)\omega^2}{2(3-4\nu)^2(\omega^2+1)\ln\omega - 2(\omega^2-1)} \quad (6)$$

式中 ω 为橡胶筒的径比, 即 $\omega=b/a$ 。

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \frac{2Gd_A}{r} \left(\frac{3-2\nu}{3-4\nu}c_2 - \frac{2}{4\nu-1}c_3\left(\frac{r}{a}\right)^2 - 2c_4\left(\frac{r}{a}\right)^{-2} \right) \sin\theta \\ \sigma_{\theta\theta} &= \frac{2Gd_A}{r} \left(\frac{2\nu-1}{3-4\nu}c_2 - \frac{6}{4\nu-1}c_3\left(\frac{r}{a}\right)^2 + 2c_4\left(\frac{r}{a}\right)^{-2} \right) \sin\theta \\ \sigma_{r\theta} &= \frac{2Gd_A}{r} \left(\frac{1-2\nu}{3-4\nu}c_2 + \frac{2}{4\nu-1}c_3\left(\frac{r}{a}\right)^2 + 2c_4\left(\frac{r}{a}\right)^{-2} \right) \cos\theta \end{aligned} \quad (7)$$

取半径为 r 的圆柱面, 位移 d_A 方向的合力为:

$$W = 2 \int_{-L/2}^{L/2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (\sigma_{rr} \sin\theta + \sigma_{r\theta} \cos\theta) r d\theta dz = \frac{8\pi(3-4\nu)(1-\nu)Gd_AL}{(3-4\nu)^2 \ln\omega - \frac{\omega^2-1}{\omega^2+1}} \quad (8)$$

橡胶筒平面应变问题的无量纲径向刚度为:

$$\beta_L = \frac{W}{Gd_AL} = \frac{8\pi(3-4\nu)(1-\nu)}{(3-4\nu)^2 \ln\omega - \frac{\omega^2-1}{\omega^2+1}} \quad (9)$$

将式(9)中的 ν 换为 $\nu/(1+\nu)$, 即可得到橡胶筒内表面固定、外表面刚体平移时平面应力问题的无量纲径向刚度:

$$\beta_S = \frac{8\pi(3-\nu)}{(3-\nu)^2 \ln\omega - (1+\nu)^2 \frac{\omega^2-1}{\omega^2+1}} \quad (10)$$

由式(10)、式(9)可以绘制出不同径比下橡胶筒平面应力及平面应变径向刚度随泊松比变化的曲线如图2、图3所示。图示结果表明: 1) 无论是平面应力还是平面应变, 相同泊松比时径比 b/a 越小, 橡胶筒的径向刚度 β 越大; 2) 泊松比对平面应力时橡胶筒的径向刚度 β_S 影响很小, 如径比 $b/a=1.6$ 时, $\beta_S|_{\nu=0.5} = 1.014\beta_S|_{\nu=0.49}$; 3) 泊松比对平面应变时橡胶筒的径向刚度 β_L 是有影响的, 特别在径比 b/a 较小(壁厚薄)时, 泊松比越接近 0.5 影响就越大, 如径比 $b/a=1.6$ 时, $\beta_L|_{\nu=0.5} = 2.08\beta_L|_{\nu=0.49}$ 。由此可见, 使用体积不可压缩假设($\nu=0.5$)可以大大简化推导过程, 但其结果是不精确的。

对于平面应变问题, 有 $\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{rr})$, 将式(6)、式(7)代入, 得轴向应力 σ_{zz} 及函数 $F(r)$:

$$\begin{cases} \sigma_{zz} = F(r) \sin\theta \\ F(r) = \frac{W}{2\pi L} \frac{\nu}{1-\nu} \left(\frac{1}{r} + \frac{2r}{(3-4\nu)(a^2+b^2)} \right) \end{cases} \quad (11)$$

将式(5)、式(6)代入几何方程和广义虎克定律, 得到橡胶筒内表面固定、外表面刚体平移时平面应变问题的面内应力为:

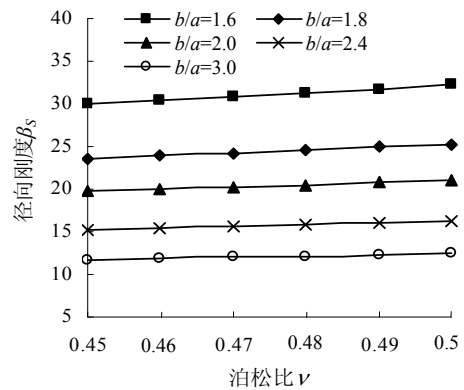


图2 β_S 随泊松比的变化曲线
Fig.2 Variation of β_S with Poisson's ratio

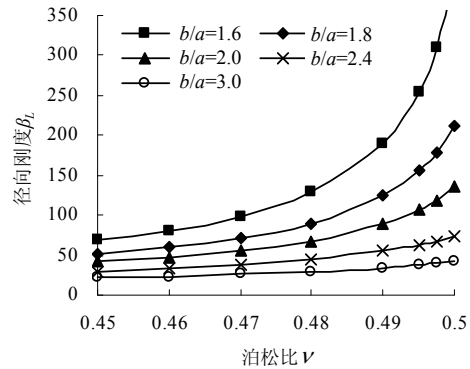


图3 β_L 随泊松比的变化曲线
Fig.3 Variation of β_L with Poisson's ratio

3 橡胶筒在轴向应力 $\sigma_{zz} = -F(r)\sin\theta$ 作用下外套的位移

现在假设橡胶筒仅在两端受到轴向应力 $\sigma_{zz} = -F(r)\sin\theta$ 的作用, 内表面还是固定的。外表面沿 y 轴正方向移动的距离为 d_B 。若假设以 z 轴为轴线的圆柱面变形后仍为圆柱面, 则 P 点沿 y 轴正方向移动的距离记为 $Y(r)$, Y 仅为 r 的函数。于是 P 点在柱坐标系中的位移可表示为:

$$u = Y(r)\sin\theta, v = Y(r)\cos\theta, w = w(r, \theta, z) \quad (12)$$

为了得到解, 本节的分析假设橡胶材料是不可压缩的, 即 $\epsilon_{rr} + \epsilon_{\theta\theta} + \epsilon_{zz} = 0$ 。将式(12)代入几何方程并考虑不可压缩条件, 得:

$$\frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{dY}{dr} \sin \theta \quad (13)$$

由对称性, 在 $z=0$ 的截面上, 对任意 r 、 θ 值都有 $w=0$, 所以有:

$$w = -z \frac{dY}{dr} \sin \theta \quad (14)$$

将式(14)、式(12)代入几何方程和物理方程得应力分量表达式:

$$\begin{cases} \sigma_{rr} = 4G \frac{dY}{dr} \sin \theta + \sigma_{zz} \\ \sigma_{\theta\theta} = 2G \frac{dY}{dr} \sin \theta + \sigma_{zz}, \sigma_{r\theta} = G \frac{dY}{dr} \cos \theta \\ \sigma_{rz} = -Gz \frac{d^2 Y}{dr^2} \sin \theta, \sigma_{z\theta} = -\frac{Gz}{r} \frac{dY}{dr} \cos \theta \end{cases} \quad (15)$$

代入 z 方向平衡方程式(2), 得:

$$\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = Gz \left(\frac{d^3 Y}{dr^3} + \frac{1}{r} \frac{d^2 Y}{dr^2} - \frac{1}{r^2} \frac{dY}{dr} \right) \sin \theta \quad (16)$$

积分式(16), 应用边界条件: $z = \pm L/2$ 时, $\sigma_{zz} = -F(r) \sin \theta$, 得:

$$\sigma_{zz} = -\frac{G}{2} \left(\frac{L^2}{4} - z^2 \right) \left(\frac{d^3 Y}{dr^3} + \frac{1}{r} \frac{d^2 Y}{dr^2} - \frac{1}{r^2} \frac{dY}{dr} \right) \sin \theta - F(r) \sin \theta \quad (17)$$

现在由于橡胶筒在 y 轴方向没有外力作用, 所

$$D = \frac{8(1-\nu)(a^2 + b^2) - ab((3-4\nu)b^2 + (5-4\nu)a^2)[I_1(ab)K_0(\alpha a) + I_0(\alpha a)K_1(ab)] - \alpha a((5-4\nu)b^2 + (3-4\nu)a^2)[I_1(\alpha a)K_0(\alpha b) + I_0(\alpha b)K_1(\alpha a)]}{\alpha^2(3-4\nu)ba(b^2 + a^2)[I_1(ab)K_1(\alpha a) - I_1(\alpha a)K_1(ab)]} \quad (22)$$

4 有限长橡胶筒的径向刚度

现在可以确定有限长橡胶筒的径向刚度了。叠加平面应变时的径向位移 d_A 及解除端面约束后的径向位移 d_B , 得到有限长橡胶筒在径向力 W 的作用下, 外表面沿 W 方向的位移 $d = d_A + d_B$, 从而得到径向刚度精确解为:

$$\beta = \frac{40\pi(1-\nu)}{(15-16\nu)\ln \omega - \frac{5-4\nu}{3-4\nu} \frac{\omega^2-1}{\omega^2+1} + 4\nu D} \quad (23)$$

若取 $\nu = 0.5$, 式(23)可退化为 Horton^[3]推导的有限长橡胶筒的径向刚度式(1)。当 $L \rightarrow \infty$ 时, $d_B \rightarrow 0$, 从而有 $d = d_A$, 即得到长橡胶筒(平面应变)的径向刚

度计算公式(9)。当 $L \rightarrow 0$ 时, $D \rightarrow 0$, 有:

$$\beta \rightarrow \frac{40\pi(1-\nu)}{(15-16\nu)\ln \omega - \frac{5-4\nu}{3-4\nu} \frac{\omega^2-1}{\omega^2+1}} \quad (24)$$

为极短橡胶筒的径向刚度。

$$\frac{d^2 Y}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dY}{dr} - \frac{60}{L^2} Y = -\frac{6W}{\pi GL^3} \frac{\nu}{1-\nu} \left(\ln r + \frac{r^2}{(3-4\nu)(a^2 + b^2)} \right) + m$$

式中 m 为积分常数。 Y 的解可由变型贝塞尔函数 $I_n(\alpha r)$ 和 $K_n(\alpha r)$ 表示为:

$$Y = m_1 I_0(\alpha r) + m_2 K_0(\alpha r) + \frac{W}{10\pi GL} \frac{\nu}{1-\nu} \left(\ln r + \frac{r^2}{(3-4\nu)(a^2 + b^2)} \right) + m_3 \quad (18)$$

式中, m_1, m_2, m_3 是积分常数, 且有 $\alpha^2 = 60/L^2$ 。常数 m_1, m_2, m_3 由边界条件确定, 由于橡胶筒固化在内外金属套上, $w(a, \theta, z) = w(b, \theta, z) = 0$, 由式(14)得:

$$\left(\frac{dY}{dr} \right)_{r=a} = \left(\frac{dY}{dr} \right)_{r=b} = 0 \quad (19)$$

内表面固定, 外表面移动距离 d_B 有:

$$Y(a) = 0, \quad Y(b) = d_B \quad (20)$$

满足边界条件的解为:

$$d_B = \frac{W}{10\pi GL} \frac{\nu}{1-\nu} \left(\ln \omega + \frac{\omega^2-1}{(3-4\nu)(\omega^2+1)} + D \right) \quad (21)$$

式中:

度计算公式(9)。当 $L \rightarrow 0$ 时, $D \rightarrow 0$, 有:

$$\beta \rightarrow \frac{40\pi(1-\nu)}{(15-16\nu)\ln \omega - \frac{5-4\nu}{3-4\nu} \frac{\omega^2-1}{\omega^2+1}} \quad (24)$$

为极短橡胶筒的径向刚度。

5 径向刚度精确解与参考文献及试验数据的比较

表 1 给出了橡胶筒不同长度时 Adkins^[1]的径向刚度试验测量值 β_{expt} , Hill^[2]的理论计算值 β_{Hill} 、Horton^[3]的理论计算值 $\beta_{\text{Horton}}(\beta_{\nu=0.5})$ 及本文推导的精确值 $\beta_{\nu=0.49}$, 橡胶筒内外半径分别为 $a=6.22\text{mm}$, $b=12.9\text{mm}$ 。图 4 显示了 β_{expt} 、 β_{Hill} 、 β_{Horton} 、 $\beta_{\nu=0.495}$ 、

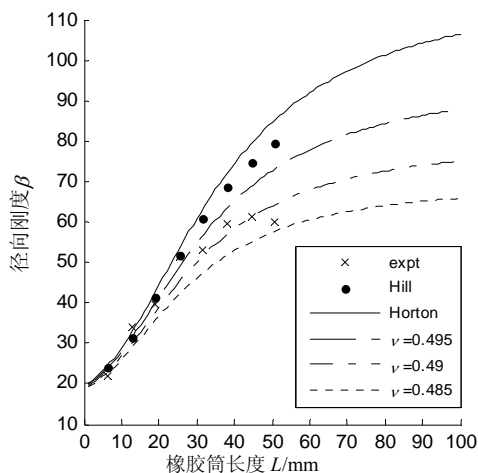
$\beta_{\nu=0.49}$ 和 $\beta_{\nu=0.485}$ 随橡胶筒长度不同而变化的曲线。图示结果表明: 1) 对某一恒定径比 b/a 的橡胶筒, 径向刚度 β 不仅随筒长 L 增大而增大, 而且也随泊松比 ν 增大而增大。当 L 较小时, ν 的影响较小, 而 L 越大, ν 的影响也越大; 2) Hill 和 Horton 的径向刚度解虽然都采用了体积不可压缩假设 ($\nu=0.5$), 但 Hill 的解略小; 3) Hill、Horton 的解当 L 较大时都大于试验结果, 且误差较大, 而本文推导的径向刚度精确解 $\beta_{\nu=0.49}$ 与试验数据是吻合的; 4) 当 L 很大时, 几个理论解的误差都很大, 说明内金属套、外金属套不应再看成刚性的, 而应考虑其变形。

表 1 有限长橡胶筒径向刚度

Table 1 Value of the reduced radial stiffness of the bush

| L/mm | $\beta_{\nu=0.49}$ | β_{expt} | β_{Hill} | β_{Horton} |
|---------------|--------------------|-----------------------|-----------------------|-------------------------|
| 6.35 | 23.4 | 22.1 | 23.9 | 24.6 |
| 12.7 | 30.0 | 33.9 | 31.4 | 32.6 |
| 19.05 | 37.8 | 39.5 | 41.4 | 42.8 |
| 25.4 | 45.7 | 51.2 | 51.7 | 53.5 |
| 31.8 | 51.7 | 53.0 | 60.8 | 63.5 |
| 38.1 | 57.4 | 59.5 | 68.5 | 72.1 |
| 44.5 | 62.0 | 61.5 | 74.6 | 79.3 |
| 50.8 | 64.2 | 59.8 | 79.6 | 85.2 |

注: 表中橡胶筒内外半径分别为 $a=6.22\text{mm}$, $b=12.9\text{mm}$ 。

图 4 径向刚度 β 随橡胶筒长度的变化Fig.4 Variation of β with the bush length

6 结论

本文未采用体积不可压缩假设, 推导了橡胶筒平面问题径向刚度解析解。利用变型 Bessel 函数推导了有限长橡胶筒的径向刚度。主要结论如下:

(1) 平面应力情况下的径向刚度随泊松比变化比较平缓, 其值基本上没有什么变化, 而大量使用的平面应变情况下的径向刚度随泊松比变化较大, 特别在 $0.48-0.5$ 范围内变化剧烈, 而橡胶材料的

泊松比在 $0.48-0.5$ 之间, 故橡胶筒径向刚度应该考虑泊松比的影响。

(2) 橡胶筒长度越大, 泊松比对其径向刚度的影响也越大。无限长(平面应变)时, 其影响最大。

(3) 试验结果显示本文给出的有限长橡胶筒径向刚度精确解 $\beta_{\nu=0.49}$ 与试验数据是吻合的。当 L 很大时, 精确解的误差也很大, 说明内金属套、外金属套不应再看成刚性的, 而应考虑其变形。

参考文献:

- [1] Adkins J E, Gent A N. Load-deflexion relations of rubber bush mountings [J]. British Journal of Applied Physics, 1954(5): 354-358.
- [2] Hill J M. Radial deflections of rubber bush mountings of finite lengths [J]. International Journal of Engineering Science, 1975, 13: 407-422.
- [3] Horton J M, Gover M J, Tupholme G E. Stiffness of rubber bush mountings subjected to radial loading [J]. Rubber Chemical Technology, 2000, 73: 253-264.
- [4] Horton J M, Tupholme G E. Approximate radial stiffness of rubber bush mountings [J]. Material & Design, 2006, 27(3): 226-229.
- [5] 刘勇, 杨卫民. 轮胎胶料力学性质的实验研究[J]. 橡胶工业, 2002, 49(6): 325-328.
Liu Yong, Yang Weimin. Experimental study on mechanical characteristics of tire compounds [J]. China Rubber Industry, 2002, 49(6): 325-328. (in Chinese)
- [6] 张丰发, 万志敏, 杜星文. 测定柔性橡胶应变和泊松比的新方法[J]. 合成橡胶工业, 2002, 25(5): 304-306.
Zhang Fengfa, Wan Zhimin, Du Xingwen. A new technique for measuring poisson ratio and strain of flexile rubber [J]. China Synthetic Rubber Industry, 2002, 25(5): 304-306. (in Chinese)
- [7] O'Hara G P. Mechanical properties of silicone rubber in a closed volume [R]. New York: Large Caliber Weapon System Laboratory, 1983.
- [8] Busfield J J C, Davies C K L. The stiffness of simple bonded elastomer bushes (Part A-Initial behaviour) [J]. Plastics, Rubber and Composites, 2001, 30: 243-257.
- [9] Gent A N. Compression of rubber blocks [J]. Rubber Chemistry and Technology, 1994, 67(3): 549-558.
- [10] Ling Y, Engel P A, Brodsky W L. Compression of bonded annular rubber blocks [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1995, 121(6): 661-666.
- [11] 彭彪. 橡胶筒承受径向载荷时的位移解析解[J]. 海军工程大学学报, 2005, 17(4): 47-49.
Peng Biao. Displacement analytic solution of rubber bush mountings subjected to radial loading [J]. Journal of Naval University of Engineering, 2005, 17(4): 47-49. (in Chinese)