

文章编号: 1000-4750(2008)10-0235-06

压电锥壳结构振动主动控制研究

*王威远, 魏英杰, 王 聪, 邹振祝

(哈尔滨工业大学航天学院, 黑龙江, 哈尔滨 150001)

摘 要: 针对实际工程中所应用的某锥壳模型, 利用平板单元对其进行有限元建模, 将分布式压电作动器的影响作为动力学边界条件加入模型当中; 试验数据与理论计算结果对比证明该方法能够满足精度要求, 此外与通常的层合理论建模方法相比, 该方法更加简洁, 降低了计算量; 利用基于独立模态空间的负速度反馈控制方法对锥壳结构进行了振动主动控制研究, 仿真结果可以看出利用少数作动器即可达到理想的控制效果。由于控制器本身比较简单, 具有很好的鲁棒性, 因此对于实际工程应用具有非常重要的指导意义。

关键词: 振动控制; 主动控制; 有限单元法; 锥壳结构; 压电材料

中图分类号: TB53 文献标识码: A

INVESTIGATION FOR ACTIVE VIBRATION CONTROL OF PIEZOELECTRIC CONICAL SHELL

*WANG Wei-yuan, WEI Ying-jie, WANG Cong, ZOU Zhen-zhu

(School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150001, China)

Abstract: In order to investigate a real conical shell model, plate element is used for the finite element method (FEM) modeling and the influence of distribute piezoelectric actuator is regarded as the boundary conditions in the mathematical modeling. Results of mode calculations with finite element model are accurate enough for engineering applications when compared with experimental results. The method in this paper is much simpler than the laminate method modeling with less calculation. The investigation of active control is based on the negative velocity feedback control in the independent modal space. Results of simulations suggested that the control method is efficient with a limited number of piezoelectric actuators. The controller can be used for reference of engineering applications because it is simple and has well robust.

Key words: vibration control; active control; finite element method; conical shell; piezoelectric material

锥形壳作为一种基本的薄壁承载结构, 在航空、航天、机械、船舶、建筑等众多领域当中得以广泛应用。发动机喷管、航行体和飞行器的外壳、整流罩以及连接单元等都可以看作是锥形壳结构。因此, 一直以来国内外学者对于锥壳结构动力学特性都进行过大量研究。其中板壳理论和有限元理论是其中最主要的研究方法^[1-3]。

近些年来, 随着航天工业以及材料、电子等领域的不断发展, 智能材料结构正受到越来越多的关注。利用压电材料作为传感器和作动器的智能锥壳结构动力学以及振动控制研究也逐渐受到关注, 其中以 Tzou 为代表的国外学者提出了压电层合单元^[4], 推导了压电传感方程和作动方程^[5-6], 并对压电结构振动与形状控制进行了研究; 目前国内对于

收稿日期: 2007-04-24; 修改日期: 2007-10-12

基金项目: “十五” 预先研究项目(41320020302)

作者简介: *王威远(1978—), 男, 黑龙江哈尔滨人, 博士生, 从事结构振动控制研究(E-mail: wangweiyuan@sina.com);

魏英杰(1975—), 男, 黑龙江大庆人, 副教授, 博士, 从事结构动力学、流体力学研究(E-mail: weiyjingjie@gmail.com);

王 聪(1968—), 男, 内蒙古呼和浩特人, 教授, 博士, 博导, 从事结构动力学、水动力学研究(E-mail: alanwang@hit.edu.cn);

邹振祝(1937—), 男, 山东威海人, 教授, 博导, 从事结构动力学、固体力学研究(E-mail: zouzz@sjzri.edu.cn).

智能结构主动控制研究主要集中于梁、板等简单结构方面，建模也集中在层合理论方面，此外对于传感器/作动器的位置优化研究也较多^[7-9]。

当前航天领域所普遍应用的星箭适配器主要是锥形壳结构，该结构既是连接器，同时也要求具有隔振器的功能。针对这一研究背景，前期已经对一复合材料蜂窝结构锥形壳的振动传递特性进行了试验研究。结果表明：该结构能够在较宽频率范围内对振动进行有效隔离，但对于低频特别是一阶固有频率处的谐振控制效果并不理想，因此需要对该结构作进一步的振动主动控制研究。本文主要针对粘贴式的压电传感器/作动器进行数值仿真分析，以求为实际控制系统设计提供依据。

1 锥壳结构有限元模型

平板壳元是最简单的壳体有限元。这种壳元是将薄膜单元(具有拉伸特性)和平板弯曲壳元(具有弯曲特性)简单地叠加在一起，模拟壳体的拉伸和弯曲状态，以平面来逼近壳体的曲面。平板壳元的主要优点是：1) 列式简单；2) 容易输入描述几何形状的数据；3) 便于和其他类型单元结合；4) 易于模拟复杂的荷载和边界条件。

通常所采用的平板壳单元包括三角形单元和矩形单元。本文中主要采用3节点平板单元进行建模，其节点力和节点位移如图1所示，单元局部坐标系建立在单元所在平面内。

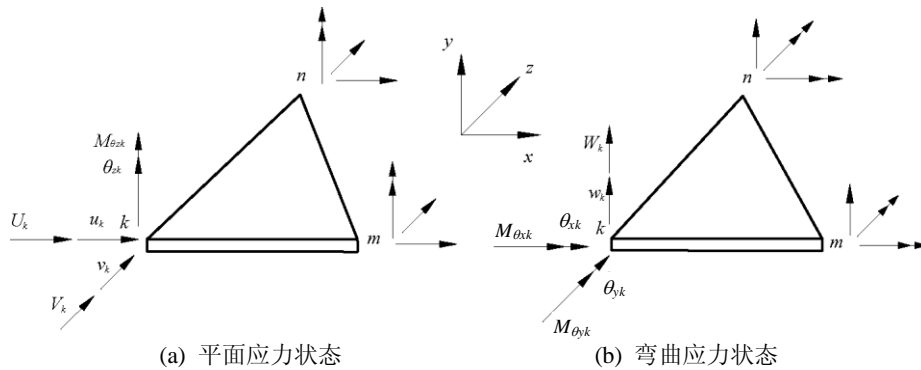


图1 三节点平板单元

Fig.1 Scheme of 3 nodes plate element

对于平面应力状态，单元每个节点包含两个位移分量，每个单元共有6个自由度，其单元位移函数可以由节点表示出来：

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^3 N_i^{(m)} \mathbf{a}_i^{(m)}$$

其中： $\mathbf{a}_i^{(m)}$ 为节点位移向量； $N_i^{(m)}$ 为单元形状函数。上标(m)表示属于薄膜应力状态。

单元应变可以表示为：

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \sum_{i=1}^4 N_i^{(m)}(\xi, \eta) \cdot u_i \\ \frac{\partial}{\partial y} \sum_{i=1}^4 N_i^{(m)}(\xi, \eta) \cdot v_i \\ \frac{\partial}{\partial y} \sum_{i=1}^4 N_i^{(m)}(\xi, \eta) \cdot u_i + \frac{\partial}{\partial x} \sum_{i=1}^4 N_i^{(m)}(\xi, \eta) \cdot v_i \end{Bmatrix} = \mathbf{B}^{(m)} \mathbf{a}_i^{(m)}$$

其中， $\mathbf{B}^{(m)}$ 为单元几何矩阵。

利用变分原理可以得到单元质量矩阵和刚度矩阵：

$$\mathbf{M}^{(m)} = \iint \rho \cdot (\mathbf{N}^{(m)})^T \mathbf{N}^{(m)} dx dy$$

$$\mathbf{K}^{(m)} = \iint (\mathbf{B}^{(m)})^T \mathbf{D}^{(m)} \mathbf{B}^{(m)} t dx dy$$

其中： ρ 为材料密度； $\mathbf{D}^{(m)}$ 为单元弹性矩阵； t 为单元厚度。

对于弯曲应力状态，每个节点有3个自由度，则单元总自由度为9，其位移函数可以表示为：

$$\begin{Bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^3 N_i^{(b)} \cdot \mathbf{a}_i^{(b)} = \sum_{i=1}^3 N_i^{(b)} \begin{Bmatrix} w_i \\ \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_i \\ -\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_i \end{Bmatrix}$$

其中： $N_i^{(b)}$ 为弯曲应力状态下的单元形状函数，上标(b)表示弯曲应力状态。

广义应变向量可以表示为：

$$\boldsymbol{\kappa} = \mathbf{L} \sum_{i=1}^3 N_i^{(b)} \mathbf{a}_i^{(b)} = \mathbf{B}^{(b)} \mathbf{a}_i^{(b)}$$

其中：
$$\mathbf{L} = \left(-\frac{\partial^2}{\partial x^2}, -\frac{\partial^2}{\partial y^2}, -2\frac{\partial^2}{\partial x\partial y} \right)^T$$

弯曲应力状态下的单元质量矩阵与刚度矩阵为：

$$\mathbf{M}^{(b)} = \iint \rho \cdot (\mathbf{N}^{(b)})^T \mathbf{N}^{(b)} dx dy$$

$$\mathbf{K}^{(b)} = \iint (\mathbf{B}^{(b)})^T \mathbf{D}^{(b)} \mathbf{B}^{(b)} t dx dy$$

补充节点位移参数，则单元质量矩阵、刚度矩阵可以表示为：

$$\mathbf{M}^e = \begin{bmatrix} \mathbf{M}^{(m)} & & \\ & \mathbf{M}^{(b)} & \\ & & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{K}^e = \begin{bmatrix} \mathbf{K}^{(m)} & & \\ & \mathbf{K}^{(b)} & \\ & & 0 \end{bmatrix}$$

按照通用的组集方法即可得到锥壳结构的动力学方程：

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{x}\} + [\mathbf{C}]\{\dot{x}\} + [\mathbf{K}]\{x\} = [\mathbf{D}]\{U\} + [\mathbf{E}]\{F\}$$

其中： $\{U\}$ 为控制力向量； $\{F\}$ 为外界激励向量； $[\mathbf{C}]$ 为 Rayleigh 阻尼矩阵， $[\mathbf{C}] = \alpha[\mathbf{M}] + \beta[\mathbf{K}]$ ；其中的常数 α 、常数 β 可以通过试验测得的两个振型阻尼比 ξ_i 、阻尼比 ξ_j 以及固有频率 ω_i 、 ω_j 得到：

$$\alpha = \frac{2(\xi_i\omega_i - \xi_j\omega_j)}{(\omega_j^2 - \omega_i^2)}\omega_i\omega_j, \quad \beta = \frac{2(\xi_j\omega_i - \xi_i\omega_j)}{(\omega_j^2 - \omega_i^2)}$$

2 压电结构的振动控制

2.1 独立模态空间控制

独立模态控制的基本思想是将多自由度系统的响应转换成独立模态坐标的滤波方法，即保留少量的主自由度来表示整个系统。由于这种方法消除了耦合，在反馈中，反馈控制力完全独立于解耦的独立模态，因此可以减少控制器的阶数，使控制系统的设计复杂程度降低。

首先，将结构位移写成模态坐标的形式，则：

$$\{x\} = [\Phi]\eta$$

其中 $[\Phi]$ 为模态矩阵，且满足质量归一化原则，即 $\Phi^T \mathbf{M} \Phi = \mathbf{I}$ ，则将上式带入结构动力学方程可以得到结构的二阶模态方程：

$$\ddot{\eta}_i(t) + 2\omega_i\xi_i\dot{\eta}_i(t) + \omega_i^2\eta_i(t) = u_i(t) + f_i(t)$$

其中 $\Phi^T \mathbf{K} \Phi = \text{diag}[\omega_i^2]$ ， $\Phi^T \mathbf{C} \Phi = \text{diag}[\omega_i^2]$ 。

$u(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t)]^T$ 为模态控制力向量，且满足： $u(t) = \Phi^T \mathbf{D} \{U\}$ ；

$f(t) = [f_1(t), f_2(t), \dots, f_n(t)]^T$ 为激励载荷向量，且与物理空间外界激励之间满足： $g(t) = \Phi^T \mathbf{E} \{F\}$ 。

采用负速度反馈控制，则相应模态控制力

满足：

$$u_i(t) = g_i \dot{\eta}_i(t)$$

实际物理空间的控制力则应满足：

$$\{U\} = (\Phi^T \mathbf{D})^{-1} u = (\Phi^T \mathbf{D})^{-1} g \dot{\eta}$$

2.2 压电结构建模

压电材料的性质包括了介质的电性能和机械性能之间的相互作用。这种相互作用可以非常近似地用两个电和机械变量之间的线性关系来描述，通常称为压电方程。在作为振动主动控制应用当中的压电作动器建模通常采用第一类压电方程：

$$\begin{cases} S_h = s_{hk}^E T_k + d_{jh} E_j & h, k = 1, 2, \dots, 6 \\ D_i = d_{ik} T_k + \epsilon_{ij}^E E_j & i, j = 1, 2, 3 \end{cases}$$

其中： S 为压电结构应变； T 为结构应力； E 为电场强度； D 表示电位移； s^E 为弹性柔顺系数； d 为压电常数； ϵ^E 为介电常数。

采用如图 2 所示压电作动器对结构进行控制，作动器极化方向与厚度方向一致。

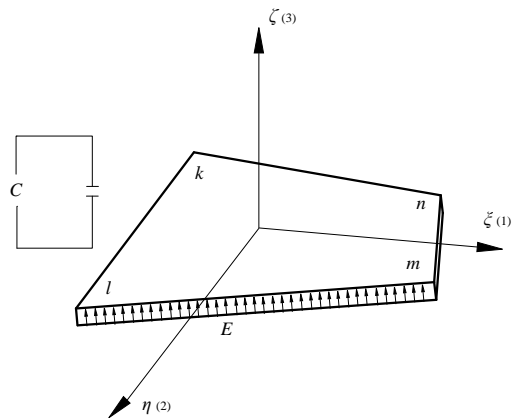


图 2 压电作动器结构图

Fig.2 Scheme of piezoelectric actuator

设压电结构与锥壳单元节点位置相同，在局部采用 Euler-Bernoulli 模型进行近似，则作动器与锥壳结构之间的耦合作用可以通过节点处的平衡方程来描述^[10]。此时作动器所加电压可以表示为：

$$V = \frac{t_a t_s^2 (4 + \Phi + 6T + 4T^2 + T^2 / 8)}{12(E_a I_a + E_s I_s)(1 + T)d_{31}} F$$

其中： t_a 为作动器厚度； t_s 为结构单元厚度； E_a 为作动器弹性模量； E_s 为结构单元弹性模量； d_{31} 为压电常数； $T = t_a/t_s$ ； $\Phi = E_s t_s / E_a t_a$ 。 F 为作动器的作动力，其数值与所需节点控制力相关。

由于压电作动器通常是粘贴在锥壳结构外壁上，其控制力与控制力矩为垂直锥壳母线方向，对水平和垂直两个方向上的控制是耦合的，因此在实

际控制时应将控制力在水平与垂直两个方向上进行分解。

3 数值算例

3.1 模态计算结果与试验结果对比

利用以上方法对图3所示的某复合材料锥壳结构进行了建模。模型上端直径 $r_1=0.365\text{m}$ ，下端直径 $r_2=0.685\text{m}$ ，高度 $h=0.36\text{m}$ ，壁厚 $t=0.006\text{m}$ ；模型上下包含两个支撑环，其外径分别为 0.445m 和 0.765m ；该结构主要采用了蜂窝材料，其中蒙皮为玻璃布层压板，蜂窝芯为芳纶纤维，各材料参数为：芳纶纤维的弹性模量 $E=5.98\text{GPa}$ ，泊松比 $\mu=0.3$ ，密度 $\rho=36\text{kg/m}^3$ ，玻璃布层压板的剪切模量 $G=16\text{GPa}$ ，泊松比 $\mu=0.181$ ，密度 $\rho=1800\text{kg/m}^3$ 。



图3 锥壳结构模型

Fig.3 Scheme of conical shell structure

建模过程中将蜂窝结构作为正交各向异性材料处理，通过等效方法可以得到相应的弹性矩阵。整个结构共划分 440 个单元、260 个节点，整个结构包含 1560 个自由度。其网格划分如图4所示。

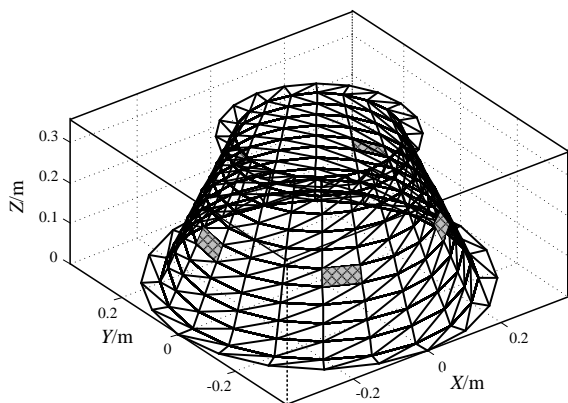


图4 锥壳结构有限元模型

Fig.4 FEM model of conical shell

对上述模型进行模态计算，其结果与试验测试结果^[11]对比如表1所示。可以看出，理论计算结果与试验测试结果比较相符，可以满足实际需要。

表1 前5阶固有频率计算结果与试验结果对比

Table 1 Comparison of the FEM results and experimental results for the 1th—5th order natural frequencies

模态阶数	1	2	3	4	5
试验结果/Hz	83.78	221.80	272.93	297.86	373.93
计算结果/Hz	86.13	225.82	274.93	303.15	376.19

3.2 锥壳结构振动主动控制仿真研究

对锥壳模型进行振动主动控制仿真计算。作动器材料采用 PZT-5A 锆钛酸铅压电陶瓷，沿厚度方向极化。主要性能参数为：密度 $\rho=7.75\times 10^3\text{kg/m}^3$ ；压电应变常数 $d_{31}=-171\text{pC/N}$ ；弹性模量 $E=58.5\text{GPa}$ ；作动器厚度 $t_a=2\text{mm}$ 。作动器与有限元建模单元形状一致，与锥壳结构之间耦合采用粘贴的形式，忽略胶层对二者的影响。将压电作动器沿锥壳外壁中心对称布置，位置如图4阴影所示。

对锥壳模型下端框施加 1N 的冲击载荷，利用独立模态空间下的负速度反馈控制对结构前3阶振动进行抑制，图5—图7给出了不同反馈增益条件下锥壳前3阶振动情况对比。图8是结构一阶振动的控制电压变化情况。可以看出该方法能够有效控制结构的振动。

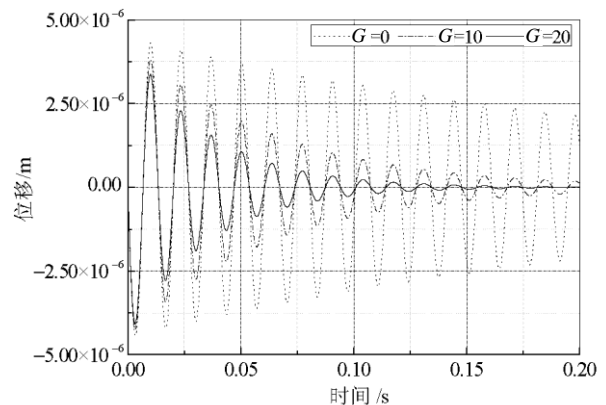


图5 锥壳模型1阶自由振动响应情况对比($G=0,10,20$)

Fig.5 Free vibration response of the 1st mode with $G=0,10,20$

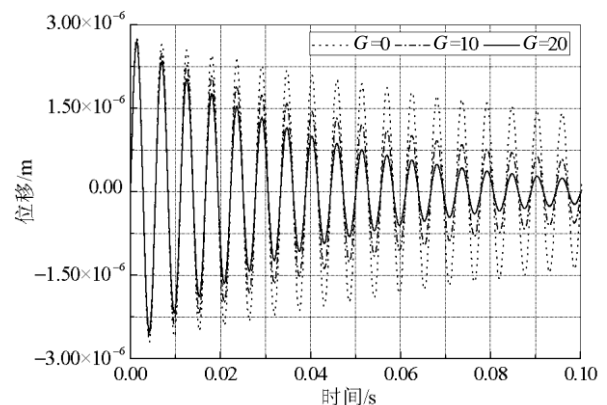


图6 锥壳模型2阶自由振动响应情况对比($G=0,10,20$)

Fig.6 Free vibration response of the 2nd mode with $G=0,10,20$

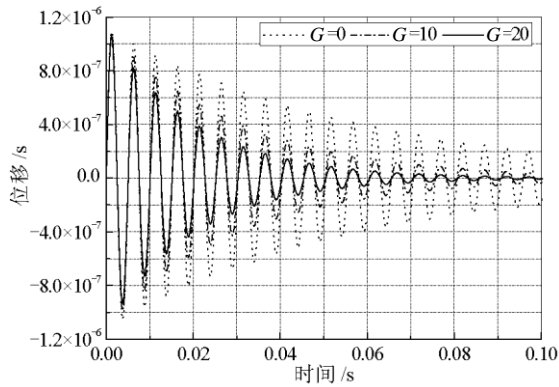


图 7 锥壳模型 3 阶自由振动响应情况对比($G=0,10,20$)

Fig.7 Free vibration response of the 3rd mode with $G=0,10,20$

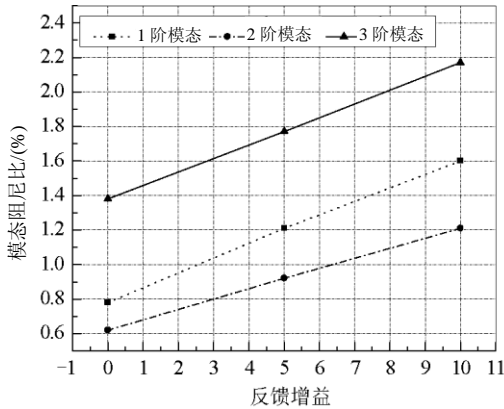


图 8 不同反馈增益下模态阻尼比变化情况

Fig.8 Inferred modal damping ratios at different gains

利用指数衰减法可以得到各种情况下锥壳模态阻尼比的变化情况,如图 9 所示。可以看出,施加负速度反馈控制可以增加结构阻尼比,其增加效果与反馈增益 G 成正比。该结论与同类相关研究^[12]结果一致。

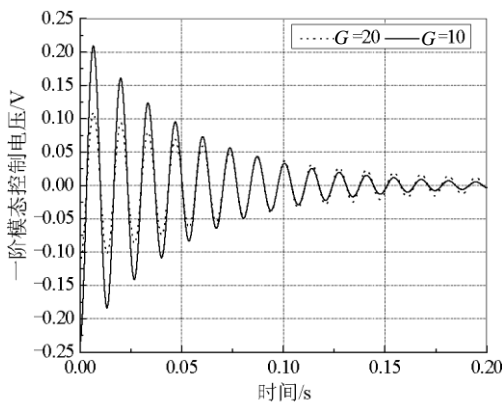


图 9 不同反馈增益下一阶模态控制电压变化情况

Fig.9 Inferred 1st modal control voltage at different gains

当结构受到简谐激励时,若激励的频率与结构固有频率接近则会产生共振。在模型下端施加频率与锥壳结构一阶固有频率一致,幅值为 1N 的正弦激励信号,图 10 给出了施加负速度反馈条件下系

统对 1 阶频率共振的控制情况,可以看出,该方法可以有效抑制共振。此时系统 2 阶、3 阶振动幅值比 1 阶振动幅值小两个数量级以上。

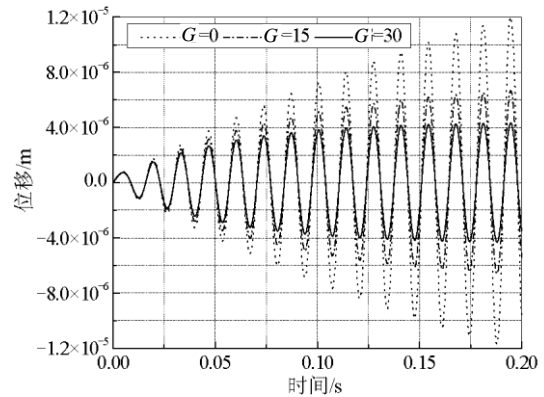


图 10 锥壳模型 1 阶受迫振动响应情况对比($G=0,15,30$)

Fig.10 The 1st mode forced vibration response with $G=0,15,30$

当激励频率分别与锥壳结构第 2 阶、第 3 阶固有频率相同时会引起响应频率的共振,图 11、图 12 分别是对系统 2 阶、3 阶频率共振的控制情况,其效果同样比较明显。

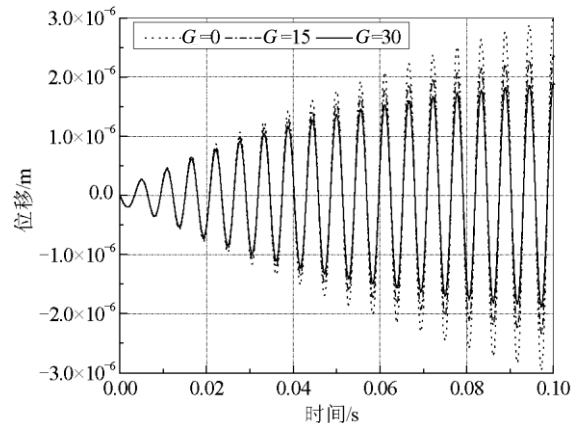


图 11 锥壳模型 2 阶受迫振动响应情况对比($G=0,15,30$)

Fig.11 The 2nd mode forced vibration response with $G=0,15,30$

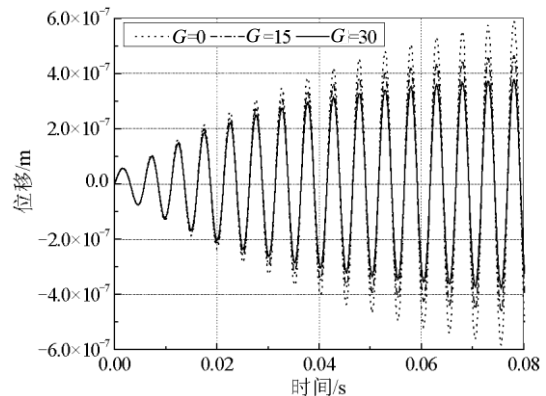


图 12 锥壳模型 3 阶受迫振动响应情况对比($G=0,15,30$)

Fig.12 The 3rd mode forced vibration response with $G=0,15,30$

4 结论

本文首先利用平板壳单元对锥壳结构进行了建模,该方法具有简便直观的特点,有限元计算结果与试验结果比较吻合,可以满足实际工程需要。

与层合理论建模方法^[12]相比,本文所采用的将压电控制力作为载荷边界条件加入有限元模型当中的方法提供了一条能够与通用有限元软件相结合的建模与联合仿真途径,因此计算量有所减少,同时可以有效的处理各种复杂工程结构问题。在相同控制电压条件下,本文的控制效果同样显著。

利用基于独立模态空间的负速度反馈控制,对锥壳的振动控制进行仿真分析,计算结果证明:该方法能够增加结构的模态阻尼,在抑制结构共振方面是有效可行的,为进一步的结构振动主动控制试验提供了参考。

参考文献:

- [1] Wang Y L, Liu R H, Wang X W. Free vibration Analysis of truncated conical shells by the differential quadrature method [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1999, 224(2): 387—394.
- [2] Aksu T. A finite element formulation for free vibration analysis of shells of general shape [J]. *Computers and Structures*, 1997, 65(5): 687—694.
- [3] Lim C W, Liew K M. Vibratory behavior of shallow conical shells by a global Ritz formulation [J]. *Engineering Structures*, 1995, 17: 63—70.
- [4] Tzou H S, Tseng C I. Distributed piezoelectric sensor/actuator design for dynamic measurement/control of distributed parameter system: A piezoelectric finite element approach [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1990, 138(1): 17—34.
- [5] Tzou H S, Fu H Q. A study of segmentation of distributed piezoelectric sensors and actuators, part I: Theoretical analysis [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1994, 172(2): 247—259.
- [6] Tzou H S, Fu H Q. A study of segmentation of distributed piezoelectric sensors and actuators, part II: Parametric study and active vibration controls [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1994, 172(2): 261—275.
- [7] 董兴建, 孟光. 压电悬臂梁的动力学建模与主动控制 [J]. *振动与冲击*, 2005, 24(6): 54—56.
Dong Xingjian, Meng Guang. Dynamics modeling and active vibration control of cantilever beam with piezoelectrics [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2005, 24(6): 54—56. (in Chinese)
- [8] 闫云聚, 姜节胜, 袁振宇. 复合材料层合板振动衰减主动控制力学模型 [J]. *振动与冲击*, 1997, 16(4): 54—59.
Yan Yunju, Jiang Jiesheng, Yuan Zhenyu. The mechanical model on the vibration attenuation active control of composite laminated plate [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 1997, 16(4): 54—59. (in Chinese)
- [9] 吕永桂, 魏燕定. 悬臂板振动控制传感器/致动器优化配置 [J]. *兵工学报*, 2006, 27(1): 88—92.
Lu Yonggui, Wei Yanding. Optimal configuration of sensors and actuators for vibration control of cantilever plate [J]. *Acta Armamentarii*, 2006, 27(1): 88—92. (in Chinese)
- [10] Chaudhzy Z, Rogess C A. The pin-force method revisited [J]. *Journal of Intelligent Material System and Structures*, 1994, 5(2): 347—354.
- [11] 王威远, 王聪, 邹振祝. 蜂窝锥壳结构动力学特性试验研究 [J]. *振动与冲击*, 2007, 26(7): 164—168.
Wang Weiyuan, Wang Cong, Zou Zhenzhu. Experimental investigation on dynamic characteristic of a conical shell with honeycomb construction [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2007, 26(7): 164—168. (in Chinese)
- [12] Tzou H S, Wang D W, Chai W K. Dynamics and distributed control of conical shells laminated with full and diagonal actuators [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2002, 256(1): 65—79.