

文章编号: 1000-4750(2008)10-0166-07

基于响应面法和 Morgenstern-Price 法 土坡可靠度计算方法

陈昌富¹, *朱剑锋^{1,2}, 龚晓南²

(1. 湖南大学岩土工程研究所, 长沙 410082; 2. 浙江大学岩土工程研究所, 杭州 310027)

摘 要: 基于响应面法, 建立了一种高效的边坡可靠度指标和失效概率近似计算方法。该法在构造响应面函数时, 抽样点计算采用 Morgenstern-Price 法取代传统费时的有限单元法, 大大降低了计算工作量。利用 Monte-Carlo 随机抽样原理, 提出了一种能同时确定边坡最危险非圆弧滑动面和最小可靠度指标的随机搜索新算法。该文给出的两个算例验证了方法的实用性和可靠性, 其计算结果同时表明: 当分别以最小可靠度指标和最小中值安全系数为目标函数时, 搜索到的边坡最危险滑动面相差较大。最后, 探讨了土性指标(c, φ)的分布概型及相关性对边坡可靠度计算结果的影响。

关键词: 边坡; 可靠度指标; 响应面; 分布概型; 相关性

中图分类号: P642.22 文献标识码: A

CALCULATION METHOD OF EARTH SLOPE RELIABILITY BASED ON RESPONSE SURFACE METHOD AND MORGENSTERN-PRICE PROCEDURE

CHEN Chang-fu¹, *ZHU Jian-feng^{1,2}, GONG Xiao-nan²

(1. Institute of Geotechnical Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China;

2. Institute of Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: Based on response surface method (RSM), a highly efficient approximate method for computing the reliability index or failure probability of slopes is proposed. The Morgenstern-Price method is adopted to compute sample points instead of traditional time-consuming finite element method in the construction of response surface functions, and the computing time is greatly decreased. By making use of the random sampling idea of Monte Carlo technique, a new random search algorithm is presented, which can locate the critical non-circular slip surface associated with the minimum reliability index. Two examples are given to verify the practicability and reliability. It is also found that when separately taking the minimum safety factor and minimum reliability index as the target function their critical slip surfaces show significant difference. In the end, the influence of the probability distribution and correlativity of soil parameters on the reliability index of slope is discussed.

Key words: slope; reliability index; response surface; probability distribution; correlativity

传统的边坡安全度评价多采用基于极限平衡理论的中值安全系数法。该法计算简便、直观, 并经实践证明行之有效。然而由岩土体构成的边坡, 其组成和结构构造都存在不均匀性, 表现出的工程

性质差异很大, 这就决定了边坡工程必然具有不确定性。因此, 在边坡安全度评价中, 采用以概率统计为基础的可靠性评价方法, 更符合客观实际。

响应面法(Response Surface Method, RSM)是在

收稿日期: 2007-03-28; 修改日期: 2008-02-26

基金项目: 教育部博士点基金项目(20050532021); 交通部西部项目(200631880237)

作者简介: 陈昌富(1963—), 男, 湖南祁东人, 教授, 博士, 博导, 主要从事地基处理、边坡工程方面的研究(E-mail: cfchen@163.com);

*朱剑锋(1982—), 男, 河南临颖人, 博士生, 主要从事边坡与基坑工程的稳定性及可靠性领域的研究(E-mail: zhujianfeng0811@163.com);

龚晓南(1944—), 男, 浙江金华人, 教授, 博士, 博导, 主要从事岩土工程研究(E-mail: xngong@hzcnc.com).

设计验算点附近用多项式来拟合复杂的极限状态函数,然后用一般的可靠度计算方法计算结构可靠度,其求导方便且能满足工程精度要求,是求解复杂功能函数的可靠度问题的一种有效方法。该法由 Box 和 Wilson^[1]提出,近年来在岩土工程领域中也逐步得到应用^[2-4]。

在利用响应面法进行岩土工程可靠性分析时,大多采用有限单元法来进行随机模拟抽样构造响应面函数^[2-4],文献[5]还专门对这方面的工作进行了评述。此法虽然可行,但计算工作量大。为此,苏永华等^[6](2006)用边坡稳定性分析 Janbu 法取代有限单元法来随机抽样构造响应面函数,并由此计算固定滑动面的边坡可靠度指标。文献[6]法可大幅提高计算效率,但存在如下缺点。

1) Janbu 法硬性规定了土条侧向力作用点的绝对位置,迭代过程不能灵活调整^[7],当条块数量太大、条宽太小时,计算结果不收敛。

2) 边坡可靠度指标 β 计算应包含两个步骤^[7-8]:其一是对于一个指定滑动面求 β ;其二是在所有可能的滑动面中,用优化搜索法寻找最危险滑动面,即 β 值最小对应的滑动面。文献[6]只完成了第一步,不能求出边坡的最小可靠性指标及其对应的最危险滑动面。然而研究表明^[8]:即便“指定滑动面”是根据中值安全系数法搜索得到的最危险滑动面,并按此滑动面计算边坡可靠度指标,它与上述按最小可靠度指标搜索最危险滑动面法相比,结果无论是最危险滑动面位置还是最小可靠性指标值都相差较大。

本文主要工作为:① 采用普遍认为最精确严密、收敛性较好的 Morgenstern-Price 法^[9-10](简称 M-P 法)与响应面法结合,建立一种新的边坡可靠度计算方法;② 以最小可靠度指标 β_{\min} 为目标函数,采用随机搜索算法搜索边坡最危险滑动面并计算相应的最小可靠度指标;③ 探讨土体的抗剪强度指标 c 、 φ 的分布概型及相关性对可靠度指标的影响。

1 基于 M-P 法边坡安全系数计算

1.1 边坡稳定性分析方法

Morgenstern-Price 法既满足力平衡又满足力矩平衡条件,是国际公认的最严密的边坡稳定性分析方法。该法由 Morgenstern 和 Price(1965)^[9]以微分方程组形式提出,因其微分方程组求解不便,后来一

些学者对其进行了改进^[10-11]。其中文献[11]提出的方法迭代格式简单、计算方便。

将边坡划分为 n 个条块,取第 j 条块为隔离体(图 1)。该条块所受到的作用力有:重力 W_j ;地震力 $K_c W_j$, K_c 为地震影响系数;水压力合力 $U_j = r_u W_j$, r_u 为孔隙水压力比;外力 Q_j ,与竖直方向成 ω_j 角;滑动面上有效法向力 N_j' ;调用的抗剪强度 T_j/F_s , F_s 为安全系数;条块间法向作用力 E_j 和 E_{j+1} ,与底面的垂直距离分别是 z_j 和 z_{j+1} ;条块间的剪切力 $\lambda f_j E_j$ 和 $\lambda f_{j+1} E_{j+1}$ 。于是有^[11]:

$$E_{j+1} = \frac{A_j + \lambda f_j B_j}{A_j + \lambda f_{j+1} B_j} E_j + \frac{W_j(B_j + A_j K_c) - C_j Q_j + D_j}{A_j + \lambda f_{j+1} B_j} \quad (1)$$

式中: $A_j = \cos \alpha_j + \sin \alpha_j \tan \varphi_j' / F_s$; $B_j = \sin \alpha_j - \cos \alpha_j \tan \varphi_j' / F_s$; $C_j = \sin(\omega_j - \alpha_j) + \cos(\omega_j - \alpha_j) \cdot \tan \varphi_j' / F_s$; $D_j = (r_u W_j \tan \varphi_j' - c_j' b_j) / F_s \cos \alpha_j$ 。

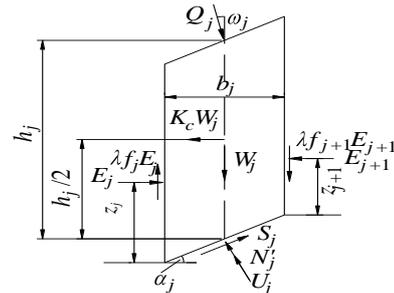


图 1 条块受力分析

Fig.1 Forces acting on j th slice

定义条间力矩 $M_j = E_j z_j$ 、 $M_{j+1} = E_{j+1} z_{j+1}$,则有:
 $M_{j+1} = M_j + (\tan \alpha_j - \lambda f_j) E_j b_j / 2 + (\tan \alpha_{j+1} - \lambda f_{j+1}) \cdot E_{j+1} b_j / 2 + K_c W_j h_j / 2 - Q_j h_j \sin \omega_j$ (2)

其中: h_j 和 b_j 为条块高度和宽度; α_j 为底面倾角。

求解上述方程组应满足边界条件:

$$\begin{cases} E_1 = E_a, & M_1 = M_a = E_a Z_a \\ E_{n+1} = E_b, & M_{n+1} = M_b = E_b Z_b \end{cases} \quad (3)$$

式中 E_a 和 E_b 、 M_a 和 M_b 分别为端部条间力和力矩。

这样,式(1)和式(3)组成的方程组可简化为:

$$\begin{cases} g_1(\lambda, F_s) = E_{n+1} - E_b = 0 \\ g_2(\lambda, F_s) = M_{n+1} - M_b = 0 \end{cases} \quad (4)$$

其中 E_{n+1} 和 M_{n+1} 分别称为剩余力和剩余力矩,可由式(1)和式(2)递推求得。

另外,式(1)和式(2)条间力函数 $f(s)$ 为^[11]:

$$f(s) = \sin^A [B(s)\pi] \quad (5)$$

式中：A 为表征条间力函数形状系数；B(s)为表征峰值点位置的函数：

$$B(s) = \begin{cases} s / (2s_{BF}), & 0 \leq s \leq s_{BF} \\ s(1 - 2s_{BF} + s) / [2(1 - s_{BF})], & s_{BF} \leq s \leq 1 \end{cases} \quad (6)$$

其中：s 为滑体归一化后的水平坐标；s_{BF} 为峰值点的位置。

于是，通过 Newton-Raphson 法迭代求解方程组(4)，便可求得安全系数 λ 和 F_s。

1.2 边坡任意滑动面构建

边坡离散格式如图 2。其中图 2(a)用于逸出点 G 位于坡底情况，图 2(b)用于 G 点位于坡面情况。滑动面 FG 上任一点 i 的坐标(x_i, y_i)由下式确定：

$$(x_i, y_i) = (x_i^u, y_i^u) + \kappa_i \mathbf{d}_i, \quad \kappa_i > 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

式中：(x_i^u, y_i^u) 为点 i 所在条分线与边坡表面的交点坐标；κ_i 为滑动面上点 i 的位置参量；d_i (i=1, 2, …, n) 为点 i 所在条分线的方向向量，可事先确定。滑动面 FG 的位置可由参量 κ_i (i=1, 2, …, n) 唯一确定。根据 Monte-Carlo 随机抽样思想，本文采用随机搜索方法(RAN 法)获得滑动面的位置参量 κ_i (i=1, 2, …, n)，从而获得不同的滑动面。

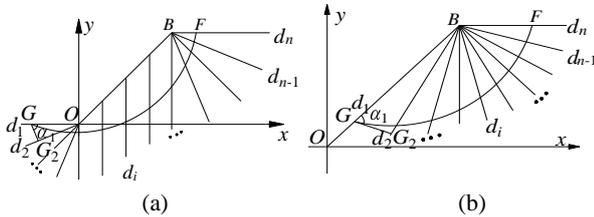


图 2 边坡体离散格式

Fig.2 Discrete format of slope

为提高搜索效率，生成试算滑动面时规定：

1) 逸出点 G 的水平坐标 x₁ 可在给定的搜索左边界点水平坐标和顶点 B 的水平坐标(x_B)之间随机产生，G 的纵坐标 y₁ 则根据 x₁ 值(大于或小于 0)按图 2(a)和图 2(b)两种情况确定。

2) 如图 3，为保证产生有效滑动面，搜索时要 求滑动面上各段的位置参量 κ_{i+1} (即点 i 到点 i+1 段，i=1, 2, …, n-1) 应在点 (x_{i+1}^l, y_{i+1}^l) 和点 (x_{i+1}^r, y_{i+1}^r) 之间随机产生，而点 (x_{i+1}^r, y_{i+1}^r) 是点 i-1 与点 i 所组成线段的延长线与第 i+1 条分线的交点，其对应的位置参量为 κ_{i+1}^r。点 (x_{i+1}^l, y_{i+1}^l) 是第 i+1 条分线上位置参量为 ηκ_{i+1}^r 所对应的点(η 为经验系数，大量模拟计算表明取 η=0.6-0.95 较合适)。

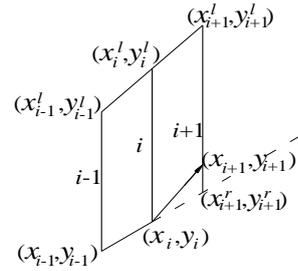


图 3 滑动面搜索模式

Fig.3 Searching model of slip surface

1.3 边坡稳定性安全系数计算步骤

边坡稳定性安全系数计算步骤：1) 按 1.2 节构建任意滑动面并自动划分条块；2) 按式(5)、式(6)确定的 f(s) 计算出 f_j 和 f_{j+1}；3) 采用 Newton-Raphson 法解方程组(4)，求得安全系数 F_s。

2 基于 M-P 法和响应面法土坡可靠性分析原理

2.1 响应面法基本原理

响应面法基本原理是通过数值随机抽样，建立结构响应 Z 和结构模型参数 X(x₁, x₂, …, x_n) 之间的替代函数关系。通常是先假设一个替代函数，亦即响应面函数表达式 Z̄ = ḡ(X)，用它代替真实曲面 Z = g(X)，然后根据数值随机抽样样本通过插值计算求解响应面函数的系数。当然，在整个空间内用响应面函数 Z̄ 很好地拟合真实功能函数 Z 是不现实的，但考虑到可靠度分析的目的是求解验算点和可靠度指标，因此仅在验算点附近拟合功能函数即可，这样不仅拟合精度较高，而且还可对响应面函数加以简化而不至于对计算结果有较大的影响。

2.2 边坡可靠性分析的响应面建模方法

2.2.1 随机变量的确定

研究表明，影响土坡稳定性最主要和最直接的参数是土体的抗剪强度指标 c 和 φ，故本文选取 c 和 φ 作为基本随机变量。

2.2.2 极限状态方程的建立

式(4)表明，基于 M-P 法的安全系数计算公式是一个隐函数，无法写出显式状态方程。根据响应面法的基本原理，将安全系数近似表达成各层土体抗剪强度指标的二次函数形式，有：

$$F_s \approx a_0 + \sum_{i=1}^n a_{1i} x_i + \sum_{i=1}^n a_{2i} x_i^2 \quad (8)$$

式中：x_i (i=1, 2, …, n) 为各层土体的抗剪强度指标 c_i、φ_i (i=1, 2, …, n/2)；a₀、a_{1i}、a_{2i} (i=1, 2, …, n) 为待定

系数。

于是，边坡稳定的功能函数：

$$\bar{Z} = F_s \approx a_0 - 1 + \sum_{i=1}^n a_{1i}x_i + \sum_{i=1}^n a_{2i}x_i^2 \quad (9)$$

相应的极限状态方程为：

$$\bar{g}(X) = F_s - 1 = a_0 - 1 + \sum_{i=1}^n a_{1i}x_i + \sum_{i=1}^n a_{2i}x_i^2 = 0 \quad (10)$$

式中 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 为随机向量。

2.3 最小可靠度指标计算和最危险滑动面搜索

在确定功能函数的近似表达式后，根据响应面重构原理来确定式(9)中的待定系数，引入 1.2 节的任意滑动面构建方法，则可建立基于响应面法的边坡最小可靠度指标和最危险滑动面搜索方法，具体步骤如下。

1) 输入最大循环迭代次数、随机变量分布类型以及统计参数 μ_{xi} 、 σ_{xi} 和相关系数 ρ_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, n$)，给定足够大的初始最小可靠度指标 β_{min} 。

2) 按 1.2 节构建任意滑裂面。

3) 假定初始迭代点 $x_M^{(1)} = (x_1^{(1)}, \dots, x_i^{(1)}, \dots, x_n^{(1)})$ ，

其中 x_i ($i=1, 2, \dots, n$) 为随机变量(一般取各层土体强度参数 c, ϕ 的平均值)。

4) 按 1.3 节 M-P 法计算流程，计算功能函数 $g(x_1^{(1)}, \dots, x_i^{(1)}, \dots, x_n^{(1)})$ 和 $g(x_1^{(1)}, \dots, x_i^{(1)} \pm f_{ip}\sigma_{xi}, \dots, x_n^{(1)})$ ($i=1, 2, \dots, n$) 得到 Z 的 $2n+1$ 个估计值(其中系数 $f_{ip}=1-3$ ， σ_{xi} 为 x_i 的方差)。

5) 利用步 4) 求得的 $2n+1$ 个函数值，解出待定因子 a_0, a_{1i}, a_{2i} ($i=1, 2, \dots, n$)，得到近似的功能函数，从而确定了边坡极限状态方程。

6) 若随机变量均服从正态分布且相互独立，则用一次二阶矩法计算可靠度指标(本文采用改进一次二阶矩法)，否则采用非正态相关随机变量结构可靠度实用分析方法^[12]求解验算点 $x^{*(k)}$ 及可靠度指标 $\beta^{(k)}$ (k 代表第 k 步迭代)。

7) 计算 $|\beta^{(k)} - \beta^{(k-1)}|$ 是否小于给定的精度。若条件不满足，则按 $x_M^{(k)} = x^{(k)} + g(x^{(k)})(x^{*(k)} - x^{(k)}) / (g(x^{(k)}) - g(x^{*(k)}))$ 插值得到新的展开点 $x_M^{(k)}$ ，根据 $x_M^{(k)}$ 返回步 3) 建立新的内插点，以求得更接近极限状态的新的响应面函数；若条件满足，则失效概率 $P_f = \Phi(-\beta^{(k)})$ ，输出 P_f 及 β 。此外，若本次循环搜索出的 β 小于 β_{min} ，则令 $\beta_{min} = \beta$ 进行下一步循环；否则直接进入下步循环，直到满足给定的循环次数为止。

3 算例与讨论

3.1 算例

3.1.1 算例 1

已知某土坡^[13]坡度比为 1:2，土坡高度 $H=9.14$ m，土坡包含两个土层，各土层厚度如图 4 所示。

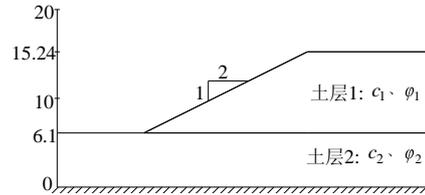


图 4 算例 1 边坡剖面

Fig.4 Slope profile of example 1

该算例是一个下部为硬土层的两层粘土边坡，以各层的土性指标 c, ϕ 为随机变量，其均值和方差如表 1 所示。

表 1 土性指标统计特征值

Table 1 Statistical property of soil parameters

土层号	土性指标	均值	方差	变异系数
土层1	c_1	38.31 kPa	7.662 kPa	0.2
	ϕ_1	0°	-	-
土层2	c_2	23.94 kPa	4.788 kPa	0.2
	ϕ_2	12°	1.2°	0.1

本文首先采用滑动面随机搜索技术结合 M-P 法计算土坡最小中值安全系数(即 c, ϕ 取中值时)及其对应的临界滑动面，结果见表 2 和图 5。表 2 和图 5 还分别列出了文献[13-14]的计算结果，本文所得结果与之非常接近。

表 2 算例 1 边坡最小中值安全系数 F_{smin} 计算结果

Table 2 Slope's mean minimum safety factor of example 1

计算策略	安全系数计算方法	滑动面搜索方法	F_{smin}
文献[13]	Spencer 法	经验试算法	1.663
文献[14]	Spencer 法	随机搜索法	1.665
本文	Morgenstern-Price 法	随机搜索法	1.654

现固定表 2 中各最小安全系数 F_{smin} 对应的临界滑动面，采用不同方法计算边坡的可靠度指标 β_{Fsmin} ，结果见表 3。通常认为，功能函数由 M-P 法直接构建，并且可靠度指标由 Monte-Carlo 法计算，是较精确的方法。本例采用此法的计算结果为 $\beta_{Fsmin}=4.073$ ，而采用基于 M-P 法的响应面法来计算边坡可靠度指标，无论是采用 Monte-Carlo 法 ($\beta_{Fsmin}=4.017$)，还是采用改进一次二阶矩法 ($\beta_{Fsmin}=3.997$)，结果都非常接近，相对误差仅为 1.37% 和

1.87%。文献[13-14]均采用均值一次二阶矩法计算 $\beta_{F_{smin}}$ ，而均值一次二阶矩法是将功能函数在随机变量均值点展开计算 $\beta_{F_{smin}}$ ，当功能函数非线性程度较高时，会产生较大的误差，因此文献[13-14]结果误差较大(误差分别为 9.06%和 24.33%)。改进一次二阶矩法是将功能函数在设计验算点处展开，提高了计算精度。所以，本文提出的方法(基于 M-P 法构建响应面函数，采用改进一次二阶矩法计算可靠度指标)精度高，而且与直接法以及文献[13-14]法相比，计算效率大大提高。

表 3 F_{smin} 对应临界滑动面的可靠度指标 $\beta_{F_{smin}}$
Table 3 Reliability index $\beta_{F_{smin}}$ of the critical slip surface associated with F_{smin}

计算策略	功能函数构建方法	可靠度计算方法	$\beta_{F_{smin}}$	误差/(%)
文献[13]	由 Spencer 法直接构建	均值一次二阶矩法	4.442	9.06
文献[14]	由 Spencer 法直接构建	均值一次二阶矩法	5.064	24.33
本文	基于 M-P 法响应面函数	改进一次二阶矩法	3.997	1.87
本文	基于 M-P 法响应面函数	Monte-Carlo 法	4.017	1.37
精确法	由 M-P 法直接构建	Monte-Carlo 法	4.073	-

表 3 给出的 $\beta_{F_{smin}}$ 是在固定最小中值安全系数 F_{smin} 对应的临界滑动面下的可靠度指标，不是边坡的最小可靠度指标。边坡最小可靠度指标 β_{min} ，理论上应是所有滑动面对应的可靠度指标中最小者。表 4 和图 5 列出了分别采用本文方法、文献[13-14]法以及精确法得到的 β_{min} 计算结果。表 4 表明，本文提出的基于 M-P 法的响应面法更接近精确解，而计算效率却大大提高。此外，由图 5 可知，基于最小中值安全系数 F_{smin} 和基于最小可靠度指标 β_{min} 的临界滑动面相差较大，因此，若仅以最小中值安全系数 F_{smin} 对应的临界滑动面来计算 β_{min} ，不可能得到边坡的实际可靠度指标。

表 4 算例 1 边坡最小可靠度指标计算结果
Table 4 Slope's minimum reliability index of example 1

计算策略	功能函数构建方法	可靠度计算方法	滑动面搜索方法	β_{min}
文献[13]	由 Spencer 法直接构建	均值一次二阶矩法	经验试算法	2.869
文献[14]	由 Spencer 法直接构建	均值一次二阶矩法	随机搜索法	2.861
本文	基于 M-P 法响应面函数	改进一次二阶矩法	随机搜索法	2.513
本文	基于 M-P 法响应面函数	Monte-Carlo 法	随机搜索法	2.569
精确法	由 M-P 法直接构建	Monte-Carlo 法	随机搜索法	2.580

- 1 - 文献[14]法 $F_{smin}(=1.665)$ 所对应临界滑动面
- 2 - 本文RAN+M-P法 $F_{smin}(=1.654)$ 所对应临界滑动面
- 3 - 文献[14]法 $\beta_{min}(=2.861)$ 所对应临界滑动面
- 4 - 本文RAN+可靠度响应面法 $\beta_{min}(=2.513)$ 所对应临界滑动面
- 5 - 本文RAN+M-C法 $\beta_{min}(=2.580)$ 所对应临界滑动面(精确法)
- 6 - 本文RAN+RS+M-C法 $\beta_{min}(=2.569)$ 所对应临界滑动面

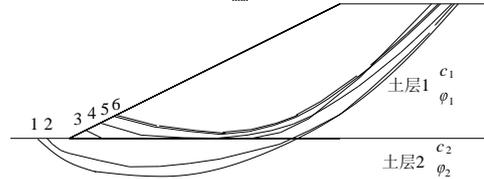


图 5 计算结果对比

Fig.5 Comparison of calculation results

3.1.2 算例 2

某土坡如图 6 所示^[15]，已知土坡高度 $H=6\text{ m}$ ，坡角为 35° ，土的重度 $\gamma=18.6\text{ kN/m}^3$ ，土的内摩擦角 φ 的均值为 12° ，粘聚力 c 的均值为 16.7 kPa 。内摩擦角和粘聚力的变异系数均为 0.15 ， c 、 φ 相互独立，且 c 服从对数正态分布， φ 服从正态分布。

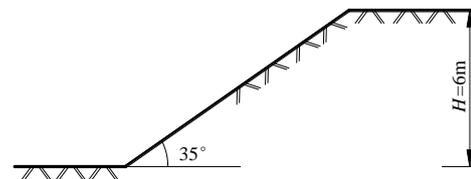


图 6 算例 2 边坡剖面

Fig.6 Slope profile of example 2

文献[15]分别以 Fellenius 法和简化 Bishop 法为安全系数计算模型，采用 Monte-Carlo 法(M-C 法)计算该边坡的最小可靠度指标 β_{min} ，结果为 3.046 和 3.254 。现随机投点 100000 次，获得 100000 个可行滑动面，分别采用响应面法结合 Fellenius 法(RS+Fellenius 法)、响应面法结合简化 Bishop 法(RS+简化 Bishop 法)、响应面法结合 Morgenstern-Price 法(RS+M-P 法)计算边坡最小可靠度指标 β_{min} ，结果见表 5。

表 5 算例 2 边坡最小可靠性指标计算结果

Table 5 Slope's minimum reliability index of example 2

边坡分析模型	可靠度算法	滑动面搜索方法	β_{min}	
			计算值	误差
Fellenius 法	Monte-Carlo 法 ^[15]	-	3.046	-
Fellenius 法	响应面法	随机搜索法	3.083	1.22%
简化 Bishop 法	Monte-Carlo 法 ^[15]	-	3.254	-
简化 Bishop 法	响应面法	随机搜索法	3.255	0.06%
M-P 法	Monte-Carlo 法	随机搜索法	3.271	-
M-P 法	响应面法	随机搜索法	3.315	1.34%

由表 5 可知，边坡稳定性分析模型无论是 Fellenius 法、简化 Bishop 法还是 M-P 法，采用本文提出的响应面法代替 Monte-Carlo 法计算可靠度指标，并

采用随机搜索法搜索临界滑动面，所得边坡最小可靠度指标 β_{min} 计算结果最大误差仅为 1.34%。这充分说明本文提出的方法计算精度高，但计算工作量却大大降低。

3.2 讨论

3.2.1 计算精度及效率对比

如图 5，针对本文搜索出的最小安全系数 F_{smin} 对应的临界滑动面(即图中临界滑动面 2)，采用表 3 中的精确法来计算该边坡可靠度，需要进行 1×10^6 次 M-P 法的安全系数计算，得到可靠度指标 $\beta_{Fsmin}=4.073$ ，耗时 360 s(所用计算机为 Pentium 4，CPU 2.4GHz)。而采用本文基于 M-P 法的响应面法计算时，只需 2 轮可靠度计算，每一轮要求解 5 个待定系数，因此共需 10 次 M-P 法的安全系数计算。加上迭代展开点 1 次，共 11 次，得出的可靠度指标 $\beta_{Fsmin}=3.997$ ，耗时不到 1 s。与精确法的计算结果相比，计算误差仅为 1.87%，完全可满足工程精度要求，而耗时不足精确法的 1/360。

3.2.2 基于 β_{min} 指标与基于中值 F_{smin} 临界滑动面

表 2 和表 4 表明，采用本文基于 M-P 法的边坡可靠度响应面法、文献[13—14]的方法搜索出的最

小中值安全系数 F_{smin} 分别为 1.654、1.663 和 1.665，它们对应临界滑动面的可靠度指标 β_{Fsmin} 分别为 3.997、4.442、5.064。若按可靠度指标最小原则随机搜索临界滑动面，得边坡实际的最小可靠度指标 β_{min} 分别为 2.513、2.869、2.861(表 4)。而且从图 5 可明显看出，采用本文方法和文献[14]的方法搜索出的最小可靠度指标对应的临界滑动面与最小中值安全系数对应的临界滑动面相差较大，其原因是岩土参数的变异性导致了边坡临界滑动面的变动，这也是实际工程中按岩土参数中值计算得到的临界滑动面常与实际破坏面有较大出入的原因。

3.2.3 c 和 φ 分布概型及相关性对 β 值的影响

现结合土性指标的相关性，探讨土性指标的分布类型对可靠度指标 β 的影响。对图 6 所示的边坡，现取土性指标(c, φ)的分布类型为正态分布和对数正态分布及其组合 4 种形式，固定一个滑裂面(如表 5 中 $\beta_{min}=3.315$ 所对应临界滑裂面)，然后依次改变相关系数 $\rho_{c, \varphi}$ 值来分别计算 4 种情况下该滑裂面相应的可靠度指标(假定土性指标之间的相关系数 $\rho_{c, \varphi}$ 和 $\rho_{\varphi, c}$ 相等)，计算结果见表 6 和图 7。

表 6 c, φ 不同分布概型和相关系数 $\rho_{c, \varphi}$ 下可靠度指标 β

Table 6 The results of reliability index β under different correlated variable $\rho_{c, \varphi}$ and probability distribution of c, φ

组合	c, φ 分布概型		相关系数 $\rho_{c, \varphi}$						
	c	φ	-0.5	-0.3	-0.1	0	0.1	0.3	0.5
I	对数正态	正态	4.644	3.951	3.492	3.315	3.162	2.910	2.708
II	正态	正态	3.918	3.426	3.078	2.939	2.817	2.613	2.447
III	正态	对数正态	3.749	3.398	3.109	2.986	2.873	2.677	2.512
IV	对数正态	对数正态	4.555	4.067	3.663	3.491	3.338	3.073	2.857

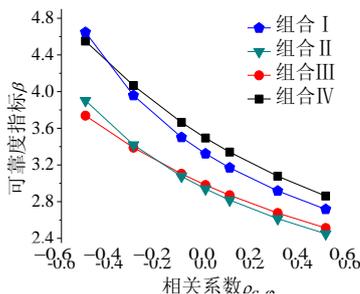


图 7 不同组合下 c, φ 相关性对可靠度指标的影响

Fig.7 The effect on reliability index β by correlation of c and φ under different composition

上述计算结果表明：

1) c, φ 分布概型对边坡可靠度的计算结果有很大影响。相关系数 $\rho_{c, \varphi} = -0.5$ 时，4 种组合计算的可靠度指标相差达到了最大值(组合 I 与组合 III 的结果相差了 0.895)。说明边坡的可靠度计算结果对 $c,$

φ 值的概率分布形式较为敏感。

2) c, φ 分布概型的 4 种组合中，对于同一相关系数 $\rho_{c, \varphi}$ ，组合 IV 的可靠度指标总体上高于其它 3 种组合的可靠度指标，组合 I 的可靠度指标明显高于组合 II 的可靠度指标，而组合 II、III 的可靠度指标相当。由此可见， c 的分布概型比 φ 的分布概型对可靠度指标计算结果影响要大。

3) 可靠度指标值 β 受 c 和 φ 的相关性影响明显，当 $\rho_{c, \varphi}$ 从 -0.5 增加到 0.5 时，可靠度指标 β 减幅最高达到了 1.936(组合 I)，最低也有 1.237(组合 III)，边坡稳定程度发生了根本改变。

4) 对于 c, φ 分布概型的 4 种组合均呈现下述情况：当 c, φ 正相关时，可靠度指标 β 随相关系数的增大而减小；当 c, φ 负相关时， β 值随相关系数的绝对值增大而增大。

4 结论

(1) 利用 Morgenstern-Price 法取代传统响应面法中的有限元, 建立了一种新的边坡可靠度指标响应面计算方法。计算结果表明: 该法计算精度与公认的较精确的 Monte-Carlo 法相当, 但计算效率大大提高。

(2) 以土体的抗剪强度指标 c 、 φ 为随机变量, 基于 Monte-Carlo 随机抽样思想, 建立了一种能同时确定土质边坡最小可靠度指标 β_{\min} 及相应最危险非圆弧滑动面的随机搜索方法。算例计算结果表明, 本文方法实用可靠。

(3) 揭示了最小中值安全系数下的临界滑动面和最小可靠度指标下的临界滑动面的一致性。

(4) 探讨了土性指标(c 、 φ) 的分布概型和相关性对边坡可靠度指标计算结果的影响, 结果表明: 边坡的可靠度计算结果对 c 、 φ 值的概率分布形式和相关性较为敏感, 并且 c 分布概型影响要大于 φ 分布概型的影响。

参考文献:

- [1] Box G E P, Wilson K B. On the experimental attainment of optimum condition [J]. Journal of the Royal Statistical Society, Series B, 1951, 13(1): 1—34.
- [2] Wrong F S. Slope reliability and response surface method [J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1985, 111(1): 32—53.
- [3] 苏永华, 方祖烈, 高谦. 用响应面方法分析特殊地下岩体空间的可靠性[J]. 岩石力学与工程学报, 2000, 19(1): 55—58.
Su Yonghua, Fang Zulie, Gao Qian. Reliability analysis on special underground rock mass space by response surface method [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2000, 19(1): 55—58. (in Chinese)
- [4] 徐军, 郑颖人. 基于响应面方法的围岩参数随机反分析[J]. 岩土力学, 2001, 22(2): 167—170.
Xu Jun, Zheng Yingren. Random back analysis of field geotechnical parameter by response surface method [J]. Rock and Soil Mechanics, 2001, 22(2): 167—170. (in Chinese)
- [5] 徐军, 郑颖人. 可靠度响应面有限元及其工程应用[J]. 地下空间, 2001, 21(5): 354—360.
Xu Jun, Zheng Yingren. Reliability response surface FEM and its application in engineering [J]. Underground Space, 2001, 21(5): 354—360. (in Chinese)
- [6] 苏永华, 赵明华, 蒋德松. 响应面方法在边坡稳定可靠度分析中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(7): 1417—1424.
Su Yonghua, Zhao Minghua, Jiang Desong. Application of response surface method to reliability analysis of slope stability [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(7): 1417—1424. (in Chinese)
- [7] 陈祖煜. 土质边坡稳定性分析——原理、方法、程序[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003.
Chen Zuyu. The theory, method and program of stability analysis for soil slopes [M]. Beijing: China Water Power Press, 2003. (in Chinese)
- [8] 陈昌富, 王贻荪, 邹银生. 边坡可靠性分析分步混合遗传算法[J]. 土木工程学报, 2003, 36(2): 72—76.
Chen Changfu, Wang Yisun, Zou Yinsheng. Hybrid genetic algorithm with two-space for slope reliability analysis [J]. China Civil Engineering Journal, 2003, 36(2): 72—76. (in Chinese)
- [9] Morgenstern N R, Price V E. The analysis of the stability of general slip surface [J]. Géotechnique, 1965, 15(1): 79—93.
- [10] Chen Z Y, Morgenstern N R. Extensions to the generalized method of slices for stability [J]. Canadian Geotechnical Journal, 1983, 20(1): 104—119.
- [11] 陈昌富. 仿生算法及其在边坡和基坑工程中的应用[D]. 长沙: 湖南大学土木工程学院, 2001.
Chen Changfu. Bionic algorithm and its application to slope and excavation engineering [D]. Changsha: College of Civil Engineering, Hunan University, 2001. (in Chinese)
- [12] 赵国藩, 王恒栋. 广义随机空间内的结构可靠度实用分析方法[J]. 土木工程学报, 1996, 29(4): 47—51.
Zhao Guofan, Wang Hengdong. A practical analysis method for reliability of structures in generalized random space [J]. China Civil Engineering Journal, 1996, 29(4): 47—51. (in Chinese)
- [13] Hassan A M, Wolff T F. Search algorithm for minimum reliability index of earth slopes [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 1999, 125(4): 301—308.
- [14] Bhattacharya G, Jana D, Ojha S. Direct search for minimum reliability index of earth slopes [J]. Computers and Geotechnics, 2003, 30(6): 455—462.
- [15] 刘明维, 何光春. 基于蒙特卡罗法的土质边坡稳定可靠度分析[J]. 重庆建筑大学学报, 2001, 23(5): 96—99.
Liu Mingwei, He Guangchun. Reliability analysis of soil slope stability based on Monte-Carlo method [J]. Journal of Chongqing Jianzhu University, 2001, 23(5): 96—99. (in Chinese)