

文章编号: 1000-4750(2012)06-0320-06

# 绕回转体初生空化流场特性的实验及数值研究

黄 彪, 王国玉, 胡常莉, 高德明

(北京理工大学机械与车辆工程学院, 北京 100081)

**摘 要:** 该文采用实验与数值模型相结合的方法对绕回转体的初生空化流场进行了分析, 研究了头型对初生空化流场特性的影响, 数值模型中, 为了精确捕捉由于分离流动而产生的漩涡结构, 湍流模型采用了一种基于空间尺度修正的滤波器模型(FBM), 实验中, 采用高速录像技术观察了初生空化形态, 并应用粒子测速系统(PIV)测量了相应工况下, 初生空化流场的速度及涡量分布, 研究表明: 头型对绕回转体的初生空化流场具有显著的影响, 不同回转体的初生空化数随着肩部曲率突变增大而逐渐增大, 在初生空化工况下, 平头和锥头回转体肩部的高剪切流动区出现了不规则的漩涡分离结构, 初生空化首先在该分离区域内产生, 而不是发生在回转体的物面上或在物体邻近处, 此时, 初生空化流场体现出明显的漩涡脉动特性, 流场中的低速高脉动区域对应于空化核心区, 涡量主要亦集中在该漩涡分离区域内, 对于圆头回转体, 其初生空化流场比较稳定, “指状”的片状空泡附着在回转体表面上。

**关键词:** 初生空化; 回转体; 漩涡分离; 粒子测速系统; 高速录像

中图分类号: TU135; O351.3 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2010.09.0654

## EXPERIMENTAL STUDY ON FLUCTUATING HYDRODYNAMICS AROUND AXISYMMETRIC BODIES

HUANG Biao, WANG Guo-yu, HU Chang-li, GAO De-ming

(School of Mechanical and Vehicular Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** Inception cavitating flows around axisymmetric bodies with different headforms, including the blunt, conical, and hemispherical objects are studied, based on experiments and numerical simulations. In order to accurately capture the vortex separation structure, a filter-based turbulence model (FBM) is used in numerical simulations. Meanwhile, a high-speed video camera and Particle Image Velocimetry (PIV) are used to visualize the inception cavitating flow structures, and to measure the velocity and vorticity fields. Both experimental and numerical results show that the headforms have significant impact on the inception cavitation flows. For the axisymmetric bodies with blunt and conical headforms, the inception cavitation number is much larger than that of the hemispherical one. In the inception cavitation condition, for the blunt and conical bodies, the high shear vortex structures locate in the shoulder area, and the inception cavity appears in the boundary layer separation zone near the wall instead of the adherent area. Here, the inception cavitation flow field reflects the vortex characteristics, while the high-fluctuating region and lower velocity area relates to the cavitation area. But for the hemispherical, the inception cavitation flow is very stable, and the sheet cavity attaches to the wall surface.

**Key words:** inception cavitation; revolution body; vortex structures; PIV (Particle Image Velocity); high speed camera

收稿日期: 2010-09-09; 修改日期: 2010-12-11

基金项目: 国家自然科学基金项目(50979004)

通讯作者: 黄 彪(1985-), 男, 湖北人, 博士, 从事非定常空化流动特性研究(E-mail: huangbiao@bit.edu.cn).

作者简介: 王国玉(1961-), 男, 河北人, 教授, 博士, 博导, 从事超空化流动现象研究(E-mail: wangguoyu@bit.edu.cn);

胡常莉(1986-), 女, 山东人, 博士, 从事附着型空化初生特性研究(E-mail: qhclq@163.com);

高德明(1962-), 男, 北京人, 技师, 硕士, 从事非定常空化特性研究(E-mail: gaodeming@bit.edu.cn).

当液体内部的局部压强降低到液体的汽化压强以下时,在均质液体内部或液固交界面上就会产生蒸汽或气体的空穴,这种现象称为空化,在给定雷诺数和攻角的条件下,对应不同的空化数,水流中的空化发展可以呈现出以下几种不同的空化形式:初生空化、片状空化、云状空化和超空化<sup>[1-2]</sup>。初生空化是空化发展的最初阶段,在大多数情况下,它是一种游离型空化,由于初生空化关系到空化的形成机理,并对后续空化的发展起着重要的作用,同时也对判断水力机械的安全运行及水下航行体的稳定运动起着重要的作用,其一直是空化研究的热点问题。关于初生空化的研究主要集中在以下两个方面:一是有关空化核子及其对空化初生的影响<sup>[3]</sup>;二是关于粘性流场结构对空穴初生的影响,认为空化起始是由于流动分离造成的。研究发现在分离区域内,空穴的前缘位置和水流的分离点有关<sup>[4]</sup>。

空化现象的存在对于高速运动物体的水动力特性具有决定性的影响,研究回转体的空化在工程实际中具有广泛的应用。在实验方面,早在1948年,Rouse H 和 McNown J S<sup>[5]</sup>等人对不同头型回转体的定常空化状态进行了实验研究,得到了弹体表面压力系数分布数据,其研究结果在后来得到了广泛的应用。Stinebring<sup>[6]</sup>对绕回转体的空化发展过程和不同空化阶段的空泡特征尺度进行了研究。何友声<sup>[7]</sup>对不同头型回转体的初生空化数进行了研究,并建立了初生空化数和发展空泡特征几何参数的工程计算公式。在数值计算方面,在湍流空化流动计算中采用 Navier-Stokes 方程已取得了明显的成果,基于传输方程的空化模型得到了广泛的应用<sup>[8]</sup>。除了空化模型,湍流模型的选择对于空化结构的预测也有重要的影响,RANS 模型可以极大的削弱空化的非定常特性,高涡流粘性可以抑制涡流的脱落运动<sup>[9]</sup>。

空化的发生和流场结构之间存在重要的关系,并且初生空化流场对后续空化现象的发展有着重要的影响,为了研究初生空化的流场特性,本文采用数值模拟与实验研究相结合的方法对绕不同头型回转体的初生空化流场结构进行了分析,数值计算中,为了改善 RNAS 模型的预测结果,准确捕捉初生空化的漩涡结构,引入了一种基于空间尺度滤波修正的 FBM 湍流模型,实验中,应用高速录像和粒子测速系统(PIV)观测了初生空化状态下,初生空泡形态和湍流流场特性,研究了头型对回转体初

生空化流场结构的影响。

## 1 实验设备

实验在循环式空化水洞中进行,水洞实验段的具体参数列于文献中<sup>[10]</sup>,通过其上下部及前侧面的透明有机玻璃窗,观察回转体周围的流场形态。实验中,如图1所示,粒子成像测速仪(Particle Image Velocimetry 简称 PIV)的基本组成包括以下几个部分:CCD 相机、激光器、片光源及光路系统、数据采集系统等,粒子图像速度场仪通过用激光器转换出的片光源照亮流场中的粒子,然后用可由计算机控制的 CCD/CMOS 照相机拍摄,图像存储于计算机内,由软件对两幅照片中的粒子做自相关或互相关的计算,最终得到对流体速度等流场特性的测量结果。

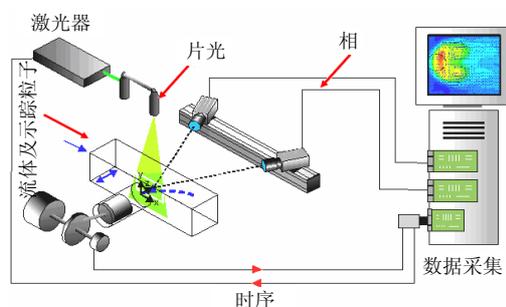


图1 PIV测速系统示意图

Fig.1 Arrangement of the PIV system

实验中,重要的无量纲参量分别定义为:空化数定义为:

$$\sigma = (p_{\infty} - p_v) / (0.5\rho U_{\infty}^2) \quad (1)$$

雷诺数定义为:

$$Re = U_{\infty} d_n / \nu \quad (2)$$

式中,  $p_{\infty}$ 、 $U_{\infty}$ 、 $\rho$ 、 $\nu$  和  $p_v$  分别为回转体头部中心上游 0.21m 处参考断面上的静压力、平均速度(速度剖面充分均匀)、水的密度、运动粘度和汽化压力,实验中,分别采用平头、锥头和圆头回转体作为研究对象,直径  $d_n$  均为 0.02m。实验中,保持流速为 6.8m/s,与其对应的雷诺数:  $Re=1.36 \times 10^5$ ,实验段的环境压力通过真空泵调节。

## 2 控制方程和数学方法

### 2.1 基本方程

采用均质平衡流(即汽液两相之间假定无滑移)模型,汽液两相混合物的连续性方程和动量方程:

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_m u_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho_m u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_m u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \mu_t \right) \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \delta_{ij} \right) \right] \quad (4)$$

$$\rho_m = \rho_l \alpha_l + \rho_v \alpha_v \quad (5)$$

式中：下标  $i$  和下标  $j$  代表坐标方向； $\rho_m$ 、 $u$  和  $p$  分别为混合密度、速度和压强； $\mu$  和  $\mu_t$  分别为混合介质的层流和湍流粘度； $\rho_l$ 、 $\rho_v$  分别为水的密度和水蒸汽的密度。

## 2.2 湍流模型

标准  $k$ - $\varepsilon$  湍流模型如下<sup>[10]</sup>：

$$\frac{\partial(\rho_m k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_m u_j k)}{\partial x_j} = P_t - \rho_m \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (6)$$

$$\frac{\partial(\rho_m \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_m u_j \varepsilon)}{\partial x_j} = C_1 \frac{\varepsilon}{k} P_t - C_2 \rho_m \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \quad (7)$$

$$\mu_t = \frac{C_\mu \rho_m k^2}{\varepsilon} \quad (8)$$

式中： $k$ 、 $\varepsilon$  分别为湍动能和湍流耗散率； $P_t$  为湍动能生成项。模型常数分别为： $C_1=1.44$ ， $C_2=1.92$ ， $\sigma_\varepsilon=1.3$ ， $\sigma_k=1.0$ ， $C_\mu=0.09$ 。

对于常规的标准 RANS 模型，其高涡流粘性可以抑制涡流脱落运动，抑制空化的非定常特性，Wu 等提出的滤波器湍流模型弥补了 RANS 模型的不足<sup>[11]</sup>，其湍流粘性系数修正为：

$$\mu_{T\_FBM} = \frac{C_\mu \rho_m k^2}{\varepsilon} f_{FBM}, \quad C_\mu = 0.09, \quad f_{FBM} = \min \left( 1, \frac{\Delta \cdot \varepsilon}{k^{3/2}} \right) \quad (9)$$

式中， $f_{FBM}$  为滤波函数，由滤波器尺寸  $\Delta$  和湍流长度比尺的比值大小决定<sup>[11]</sup>：

$$\Delta = \max(\Delta_{\text{present}}, \Delta_{\text{grid}}), \quad \Delta_{\text{grid}} = (\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z)^{1/3} \quad (10)$$

式中， $\Delta x$ 、 $\Delta y$  和  $\Delta z$  分别为网格在 3 个坐标方向的长度。在标准  $k$ - $\varepsilon$  湍流模型中加入滤波函数后，对尺度小于滤波器尺寸的湍流，采用标准  $k$ - $\varepsilon$  模型模拟，对尺度大于滤波器尺寸的湍流流场结构，则采用直接计算方法求解，较大涡模拟而言(LES)，分域湍流模型所采用的滤波方法减轻了对壁面附近网格的分辨率要求。

在本次研究中，所采用的空化模型具体表达式见文献[12]。

## 2.3 计算边界条件及设置

计算采用与实验相同的三种不同头型的回转体。图 2 给出了计算区域其边界条件。回转体前端的区域采用  $O$  型结构化网格划分，在研究工作前期，已完成网格的验证工作，为保证计算的准确性与经济性，网格数保持在 80 万左右。图 3 以圆头回转体为例，给出了回转体周围的网格加密区域。为了更准确的计算空化流动，计算中，采用速度进口和压力出口进行边界条件的设置，其值与实验测量值保持一致。

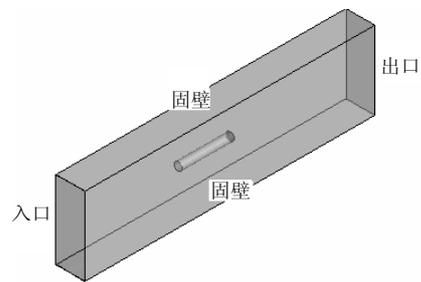


图 2 计算区域和边界条件

Fig.2 Computation domain and boundary conditions

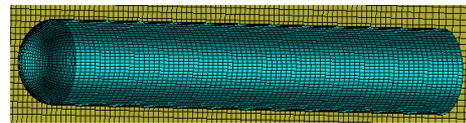


图 3 圆头回转体周围网格

Fig.3 Computational grid around the hemispherical object

## 3 结果与讨论

### 3.1 初生空泡形态

图 4 分别给出了采用计算和实验得到的不同头型的回转体初生空泡形态，计算中，空泡用含汽量为 0.8( $\alpha=0.8$ )的等值面表示，从图 4 中可以看出，对于不同头型，所对应的初生空化数各不相同，在目前的实验工况下，平头回转体的初生空化数为 1.20，锥头回转体的初生空化数为 0.95，圆头回转体的空化数远小于其余两种头型回转体，其初生空化数大致在 0.65 左右。头型对初生空化流场结构会产生较大的影响：对于平头回转体，如图 4(a)所示，由于其肩部的曲率突变，高剪切流动区在此处形成明显的涡旋结构，在涡心处压力降低到液体的汽化压力时就会有空化现象的产生，故绕平头回转体的初生属于漩涡空化，图 5 给出了当空化数为 1.20 时，绕平头回转体初生空化形态的非定常演变过程，此

时,空化区域尾部产生了连续的空化涡结构,空泡汇聚在一起运动,当漩涡的强度增大的时候,就会发生空泡团的脱落现象,有时呈现波状脱落,有时又螺旋状脱落,有时会有向外部扩散的现象,但均未发展到空化区域尾部就被主流带走,总体而言,空化区域内的漩涡结构不规则,具有随机性并是瞬变的。对于锥头回转体,其肩部的曲率亦会有明

显突变,初生空化亦属于脱体涡空化。相比上述两种头型的回转体,很大程度上,圆头的空泡脱体属于自然分离,当空化数为0.65左右时,在圆头回转体前端会形成薄薄的初生片空泡,附着空泡呈现明显的“指状”分布,由图4(c)的流程图可以看出,此时空化流场结构比较稳定,在回转体肩部无明显的漩涡结构。

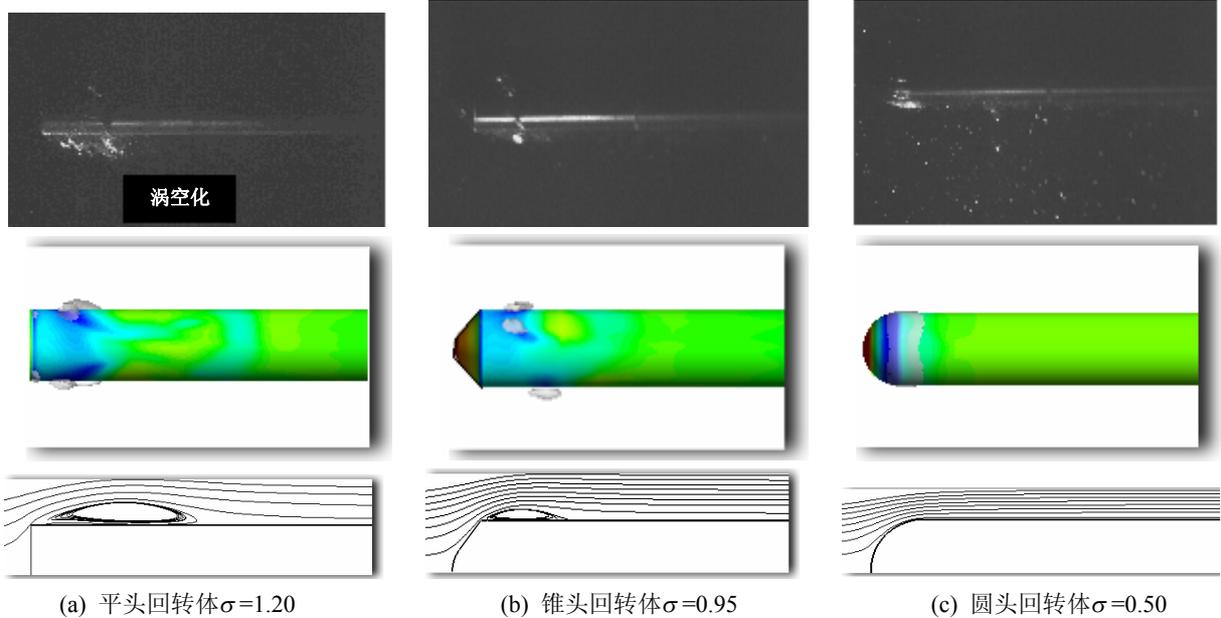


图4 绕不同头型回转体的空泡形态及流场结构

Fig.4 Comparison of simulation results with experimental results at inception cavitation

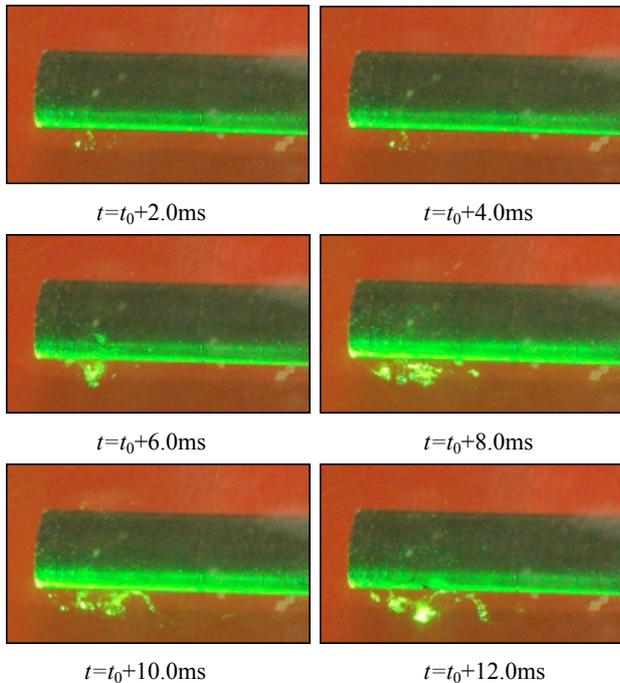


图5 绕平头回转体的非定常空泡形态

Fig.5 Time evolution of cavity shape in the experiment and the calculation for blunt body

图6分别给出了在初生空化数下,不同头型回转体表面的压力系数分布情况,横坐标给出了距回转体头部的距离,纵坐标给出了回转体表面的压力系数,由图6可以看出,不同头型的回转体表面的压力系数均呈现出以下的分布规律:由驻点最大值急剧下降,当到达斜面分离涡区时,压力系数下降到负压最大值而逐渐趋于稳定,接着压力系数逐渐上升,而后达到一个稳定区域。依据数值模拟的结果

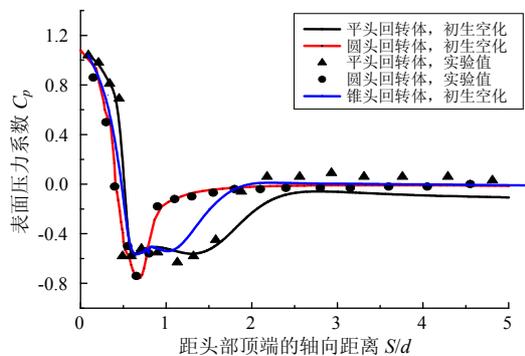


图6 绕不同头型回转体表面的压力分布

Fig.6 Comparison of simulation results with experimental results of pressure coefficient

与文献中的实验数据<sup>[5]</sup>比较，两者变化趋势一致，有较好的吻合。从而可以看出：头型对回转体肩部的压力分布趋势也有着非常重要的影响，由于在平头回转体的肩部存在明显大尺度的漩涡结构，所以该头型得到的低压区域要明显大于其他两种头型，圆头回转体肩部的低压区域最小。

### 3.2 初生空化流场结构

从上面内容的分析可以得知，对于不同头型的回转体，其初生空泡形态，及其对应的回转体表面的压力系数分布存在较大的差异，为了更为详细的分析头型对绕回转体空化现象的影响，在本小节中，重点对初生空化流场结构进行分析。

图 7 给出了不同头型回转体，其肩部分离点位置的差异，其中，横坐标给出了距回转体头部的距离，纵坐标给出了回转体表面的沿主流方向的速度，对于平头回转体，数值模拟所预测的流动再附着点的位置与 Katz(1984)实验结果<sup>[13]</sup>较为吻合，进一步验证了研究中所采用数学模型的正确型。平头回转体得到的回流区可达距头部  $2.5d$  处( $d$  为回转体直径)，而锥头回转体得到的回流区明显小于平头回转体，仅可达距头部  $1.5d$  处。对于分离特性较小的圆头回转体，在初生工况下，并没有回流的产生。

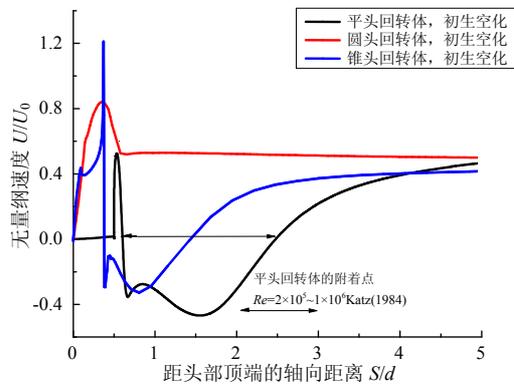


图 7 绕不同头型回转体表面再附着区域

Fig.7 The locations of reattachment with different bodies

图 8(a)、图 8(b)分别相应给出了在初生空化工况下，数值计算得到的不同头型回转体周围的湍动能  $k$  及湍流耗散  $\varepsilon$  的分布情况， $k$  和  $\varepsilon$  是表征流场中的脉动特性的重要物理参量，在  $k$  和  $\varepsilon$  较大的区域，说明该区域内的速度以及动量交换比较频繁，湍流脉动比较剧烈。由图 8 可以看出，不同头型回转体周围的湍流脉动特性有明显的差异，在平头回转体壁面附近的剪切层中，湍动能、湍流耗散率及其影响范围明显大于其它两种头型的回转体。说明在平头回转体壁面附近的剪切层附近，体现出更为明显

的漩涡脉动特性。相较而言，圆头回转体周围则基本没有高端动能及湍流耗散区域，说明此处流动比较稳定，无明显的漩涡脉动区域。

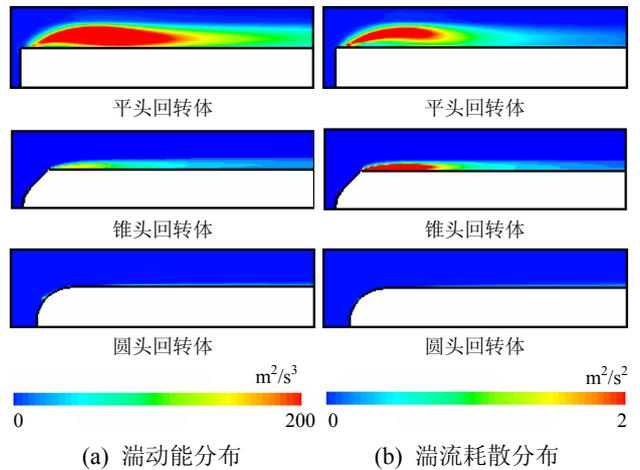


图 8 绕不同头型回转体湍动能耗散率  $k$  和  $\varepsilon$  的分布  
Fig.8 Comparison of turbulence quantities  $k$  and  $\varepsilon$  obtained by different revolution bodies

为了进一步揭示绕不同头型回转体初生空化流场的差异，接下来，主要采用 PIV 技术对初生空化流场的时均速度场和涡量场等流动特性进行了实验观测，并与数值结果进行了对比。实验中，利用相关后处理软件得到了对应空化数下的沿主流  $x$  方向上的时均速度图和  $z$  向涡量时均分布图。这里， $z$  向涡量定义为：

$$\omega_z = \partial v / \partial x - \partial u / \partial y \quad (11)$$

由图 9 的速度分布云图可以看出：在初生空化下，对于平头回转体，其肩部区域的速度分布与主

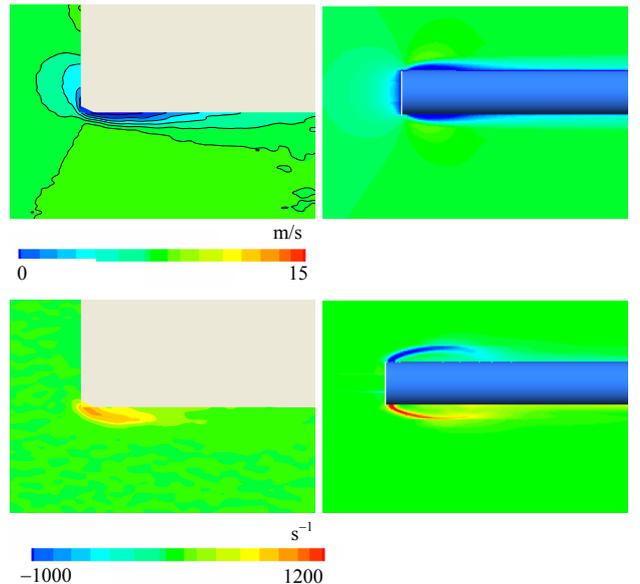


图 9 平头回转体周围时均速度与涡量分布云图  
Fig.9 Time-averaged velocity and vorticity distributions for the blunt headform

流区明显不同, 流场中的最低速度分布于回转体肩部的漩涡分离区域内, 圆头回转体的初生空化流场的低速区域明显小于平头回转体。

涡量来源于流场存在速度梯度, 是描述有旋流动的一个运动学物理量, 在研究绕不同头型分离流动情况时, 对涡量进行分析具有重要的意义, 由图 10 的涡量分布云图可以看出, 在空化初生阶段, 绕平头回转体肩部空化核心区域内尽管速度较小, 但存在较大的涡量, 说明此处流场存在较大的速度梯度, 处于不稳定的状态, 致使该处的漩涡特性得到了发展, 平头回转体大涡量团的影响区域明显较大。由于圆头回转体肩部的初生空化流场比较稳定, 但此时漩涡特性并不明显, 表现为几乎无明显的涡量峰值。

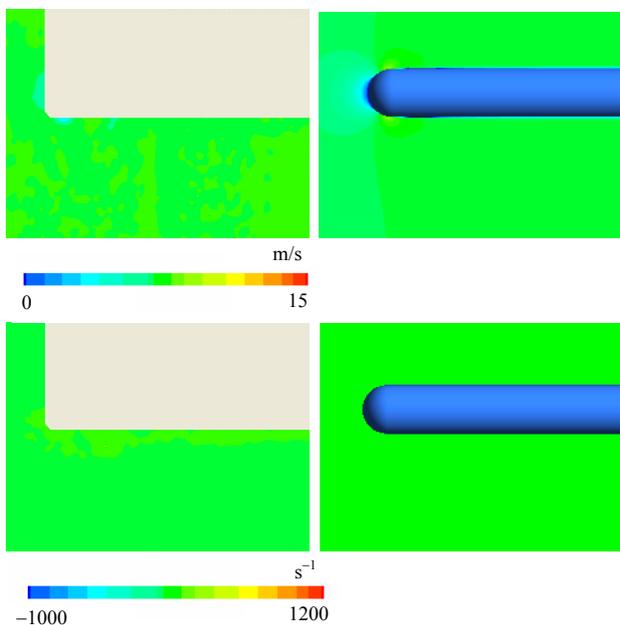


图 10 平头回转体周围时均速度与涡量分布云图

Fig.10 Time-averaged velocity and vorticity distributions for the hemispherical headform

## 4 结论

本文采用实验和数值模拟相结合的方法, 对绕不同头型回转体的初生空化流场进行了研究, 所得结论如下:

(1) 对于不同头型的回转体, FBM 湍流模型均可以准确的捕捉到初生空化的流场结构, 计算得到初生空泡形态及回转体表面的压力系数与实验有较好的吻合。

(2) 绕不同头型回转体的初生空泡形态存在明显的差异, 平头和锥头回转体肩部的高剪切流动区出现了不规则的漩涡结构, 从而形成明显的脱体涡

空化。对于圆头回转体, 其初生空化流场比较稳定, “指状”的片状空泡附着在回转体表面上。

(3) 初生空泡形态与流场结构具有高度的相关性, 相对圆头回转体, 平头回转体的初生空化流场体现出明显的脉动特性和漩涡特性, 流场中的低速高脉动区域对应于空化核心区, 并且, 涡量主要集中在其肩部的漩涡分离区域内。

## 参考文献:

- [1] Wang G Y, Senocak I, Shyy W. Dynamics of attached turbulent cavitating flows [J]. *Progress in Aerospace Sciences*, 2001, 37(6): 551—581.
- [2] 曹伟, 王聪, 魏英杰, 邹振祝. 自然超空化形态特性的射弹试验研究[J]. *工程力学*, 2006, 23(12): 175—179, 187.  
Cao Wei, Wang Cong, Wei Yingjie, Zou Zhenzhu. High-Speed projectile experimental investigations on the characteristics of natural supercavitation [J]. *Engineering Mechanics*, 2006, 23(12): 175—179, 187. (in Chinese)
- [3] Rood E P. Review-mechanisms of cavitation inception [J]. *Journal of Fluid Engineering*, 1991, 113(2): 163—175.
- [4] Katz J, Hern T O. Cavitation in large scale shear flows [J]. *Journal of Fluid Engineering*, 1986, 108(3): 373—376.
- [5] Rouse H, McNown J S. Cavitation and pressure distribution, head forms at zero angle of yaw, studies in engineering [R]. Bulletin 32, Iowa City, Iowa: State University of Iowa, 1948.
- [6] Stinebring D R, Billet M L, Holl J W. An investigation of cavity cycling for ventilated and natural cavities, technical memorandum, TM 83-13 [M]. USA: The Pennsylvania State University Applied Research Laboratory, 1983.
- [7] 刘桦, 朱世权, 何友声, 胡天群, 郭永崧. 系列头体的空泡实验研究——初生空泡与发展空泡形态[J]. *中国造船*, 1995, 1(3): 98—102.  
Liu Hua, Zhu Shiquan, He Yousheng, Hu Tianqun, Guo Yongsong. An experimental study on cavitating axisymmetric headforms [J]. *Shipbuilding of China*, 1995, 1(3): 98—102. (in Chinese)
- [8] Kunz R F, Boger D A, Stinebring D R, Chyczewski T S, Lindau J W, Gibeling H J, Venkateswaran S, Govindan T R. A preconditioned Navier-Stokes method for two-phase flows with application to cavitation prediction [J]. *Computer and Fluids*, 2000, 29: 849—875.
- [9] 张博, 王国玉, 黄彪, 等. 绕水翼空化非定常动力特性的时频分析[J]. *实验流体力学*, 2009, 23(3): 44—49.  
Zhang Bo, Wang Guoyu, Huang Biao, et al. Unsteady dynamics of cavitating flows around a hydrofoil [J]. *Journal of Experiments in Fluid Mechanics*, 2009, 23(3): 44—49. (in Chinese)

(参考文献[10]—[13]转第 331 页)

动态失稳时的 Hopf 分岔临界流速；数值计算结果表明当流速大于临界流速时，系统发生振颤失稳。

(3) 冲击载荷作用下，流速参数的变化对柔性梁残余衰减振动的幅值、频率和持续时间均有显著影响，从振动控制的角度上来说，亚临界流速范围内，当  $0 \leq V \leq 3$  时，提高流速对衰减振动在幅值和持续时间上都有较好的抑制效果。

#### 参考文献：

- [1] 崔振东, 唐益群, 郭长青, 等. 叠层板状结构的流致振动与稳定性[J]. 地震工程与工程振动, 2007, 27(1): 86—91.  
Cui Zhendong, Tang Yiqun, Guo Changqing, et al. Flow-induced vibration and stability of parallel-plate assembly [J]. Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2007, 27(1): 86—91. (in Chinese)
- [2] 崔振东, 唐益群, 郭长青, 等. 叠层板型堆芯元件模型的流致振动测试[J]. 振动、测试与诊断, 2006, 26(3): 185—187.  
Cui Zhendong, Tang Yiqun, Guo Changqing, et al. Flow-induced vibration measurement of an element model for parallel-plate assembly [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2006, 26(3): 185—187. (in Chinese)
- [3] Guo C Q, Païdoussis M P. Stability of rectangular plates with free side-edges in two-dimensional inviscid channel flow [J]. Journal of Applied Mechanics, 2000, 67(1): 171—176.
- [4] 鲁丽, 杨翊仁. 无粘流中非线性板梁结构的分岔[J]. 西南交通大学学报, 2004, 39(5): 641—644.  
Lu Li, Yang Yiren. Bifurcation of nonlinear plate-type beams in inviscid fluids [J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2004, 39(5): 641—644. (in Chinese)
- [5] 鲁丽, 杨翊仁. 轴向流作用下板状叠层结构的 Hopf 分岔[J]. 应用科学与技术, 2004, 6(4): 442—445.  
Lu Li, Yang Yiren. Hopf bifurcation of parallel plate-type structure in axial flow [J]. Science Technology and Engineering, 2004, 6(4): 442—445. (in Chinese)
- [6] 王琳, 倪樵, 黄玉盈. 流动压力作用下板状叠层结构的分岔与混沌[J]. 动力学与控制学报, 2006, 4(1): 32—36.  
Wang Lin, Ni Qiao, Huang Yuying. Bifurcation and chaos in a parallel plate-type structure under flowing pressure [J]. Journal of Dynamic and Control, 2006, 4(1): 32—36. (in Chinese)
- [7] 鲁丽, 杨翊仁. 基于不可压缩粘性流对板状结构的稳定性分析[J]. 原子能科学技术, 2008, 42(增刊): 454—456.  
Lu Li, Yang Yiren. Stability analysis on plate-type structure based on incompressible viscous flow [J]. Atomic Energy Science and Technology, 2008, 42(Suppl): 454—456. (in Chinese)
- [8] 鲁丽, 杨翊仁. 矩形管内不可压缩粘性流中简支梁的稳定性[J]. 西南交通大学学报, 2001, 36(6): 561—564.  
Lu Li, Yang Yiren. Stability of pinned-pinned beam in a rectangular type [J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2001, 36(6): 561—564. (in Chinese)
- [9] Nayfen A H, Mook D T. Nonlinear oscillations [M]. New York: John Wiley, 1979: 98—101.
- [10] 张继业, 杨翊仁, 曾京. Hopf 分叉的代数判据及其在车辆动力学中的应用[J]. 力学学报, 2000, 32(5): 596—605.  
Zhang Jiye, Yang Yiren, Zeng Jing. An algorithm criterion for Hopf bifurcation and its applications in vehicle dynamics [J]. Acta Mechanica Sinica, 2000, 32(5): 596—605. (in Chinese)

(上接第 325 页)

- [10] Launder B E, Spalding D B. The numerical computation of turbulent flow [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1974, 3: 269—289.
- [11] Wu J, Wang G Y, Shyy W. Time-dependent turbulent cavitating flow computations with interfacial transport and filter based models [J]. International Journal for Numerical Methods for Fluids, 2005, 49: 739—761.
- [12] Kubota A, Kato H, Yamaguchi H, et al. Unsteady structure measurement of cloud cavitation on a foil section using conditional sampling techniques [J]. Journal of Fluids Engineering, 1989, 111(3): 204—210.
- [13] Katz J. Cavitation phenomena within regions of flow separation [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1984, 140: 397—436.